

Erläuterungen zu den Aufgaben 3/4

Die Aufgaben sind speziell für mathematisch sehr begabte Kinder gedacht – hierauf bezieht sich die Alterseinstufung 3./4. Grundschulklasse.

Schulstoff höherer Klassen wurde nicht vorweggenommen – in Teilen sieht es so aus, dies sind jedoch Rechenschritte, die nach meiner Erfahrung auch ohne den formalen Weg zu kennen, rein logisch und „offensichtlich“ sind und einfach numerisch bearbeitet werden können. Auf diese Art sind sie mit den in der Grundschule üblichen Rechenoperationen zu lösen. Der Zahlenraum übersteigt das übliche Maß durchaus, das stellt aber m.E. kein Problem dar.

Ich habe versucht, die Aufgaben **interessanter als den üblichen Schulstoff zu gestalten**, indem sie entweder relativ komplex und umfangreich oder sehr alltagsnah oder thematisch faszinierend sind. Manche Aufgaben sind inhaltlich bewusst vereinfacht, um innerhalb des Schulstoffes zu bleiben. Evtl. haben manche Kinder schon die Kenntnisse, sie „korrekter“, auszurechnen, das ist dann natürlich richtig.

Es sind bewusst mehrheitlich „Rechenaufgaben“, da, wenn der Schulstoff durch reine „Knobeleyen“ ersetzt wird, nach meiner Beobachtung die Rechenfähigkeit und –schnelligkeit leidet.

Die Blätter sind in keiner Weise chronologisch zu bearbeiten, sondern „nach Lust und Laune“, aus diesem Grund sind einzelne Tipps gleichlautend. In Ausnahmefällen ist die Bearbeitung einer anderen Aufgabe zuvor hilfreich, das geht dann aus den Bemerkungen im „Tipp-Feld“ hervor. Je nach „Geschmack“ und Vorwissen können einige Aufgaben uninteressant, zu banal oder zu schwer sein (sie sind speziell für meinen Sohn entstanden), und sollten dann natürlich nicht bearbeitet werden.

Die Tipp-Felder sind bewußt sehr klein gedruckt – eigenes Denken hat Vorrang.

Die karierten Felder sind als „Arbeits-, Kritzel-, und Notizfläche“ gedacht. Frappanterweise geht aber auch vieles im Kopf, sodass als Lösung auch ein schlichtes „Ja“ dort erscheinen kann.

Für die Richtigkeit der Lösungen übernehme ich keine Gewähr – sie sind geprüft und stimmen hoffentlich; bei Abweichungen bitte aber die Lösungen der Kinder gleichwertig prüfen.

Im Gegenzug für die kostenfreie Überlassung der Aufgaben bitte ich um Rückmeldungen aller Art, besonders darüber, wie dies den Kindern gefallen hat bzw. was warum nicht.

Allerlei Rechnerei

1

Bald sind Sommerferien. Jonas möchte ein neues Fahrrad haben. Es kostet 225,- €. Wenn er sein altes verkauft, bekommt er von Tom dafür noch 75,- €. Er hat schon fleißig Taschengeld gespart, das sind bisher 32,50 €. Oma schenkt ihm 50,- €. Jonas bekommt jede Woche 4,- € Taschengeld. In fünf Wochen gibt es Zeugnisse, wenn er wieder so ein gutes bekommt, wie letztes Mal, gibt ihm seine Mutter bestimmt wieder 10,- €. Jede Woche schreiben sie in der Schule ein Diktat, eigentlich schreibt er immer eine 2, dafür gibt seine Mutter ihm 0,50 €. Wenn er jede Woche den Rasen mäht, bekommt er dafür von seinem Vater jedes Mal 1,- €.

Wann kann Jonas sich das Fahrrad kaufen?

Tipps: 1) Achte auf die Ferien (6 Wochen)!

2) Rechne in ganzen Wochen – es ist nicht festgelegt, an welchem Wochentag Jonas Taschengeld bekommt oder den Rasen mäht.

3. Lösungen:

(Q = Quersumme, N = Neunerrest)

	Q		N
	34	7 : 9 = 0 Rest	7
+	82	10 : 9 = 1 Rest	1
	Summe Neunerreste:		8
=	116	8 : 9 = 0 Rest	8

Die Rechnung ist richtig.

	Q		N
	778	22 : 9 = 2 Rest	4
-	136	10 : 9 = 1 Rest	1
	Differenz Neunerreste:		3
=	642	12 : 9 = 1 Rest	3

Die Rechnung ist ebenfalls richtig; .

	Q		N
	98	17 : 9 = 1 Rest	8
*	62	8 : 9 = 0 Rest	8
	Produkt Neunerreste:		64
	64	10 : 9 = 1 Rest	1
=	6066	18 : 9 = 2 Rest	0

Hier stimmt etwas nicht! ($98 * 62 = 6076$)

Den Fehler in der letzten Rechnung kann man leider nicht finden, weil nur die Zahlen verdreht sind: $23 + 46 = 69$, nicht 96.

Die Quersummen sind aber gleich:

$$6 + 9 = 9 + 6$$

Spannendes aus der Mathematik

1a Die einzelnen Spalten müssen addiert werden, so dass eine Gesamtrechnung entsteht.

Es ist das gleiche, als würde man $2 \cdot 3 + 3 \cdot 3$ zu $(2 + 3) \cdot 3$ zusammenfassen.

Beides ergibt dasselbe:

$$2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 6 + 9 = 15$$

$$(2+3) \cdot 3 = 5 \cdot 3 = 15$$

Mit der Summenprobe hätte das Rechenpäckchen so ausgesehen:

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 3 = 12 \\ + 5 \cdot 3 = 18 \\ + 9 \cdot 3 = 27 \\ + 2 \cdot 3 = 6 \\ \hline = 20 \cdot 3 = 63 \end{array}$$

1b Je nach Rechenoperation gibt es verschiedene Methoden

Für Multiplikation und Division wie in **1a**:

$$\begin{array}{r} 23 \cdot 7 = 161 \\ + 12 \cdot 7 = 84 \\ + 34 \cdot 7 = 228 \\ + 15 \cdot 7 = 105 \\ \hline = 84 \cdot 7 = 578 \end{array}$$

Probe: $84 \cdot 7 = 588$ – hier stimmt etwas nicht! ($34 \cdot 7 = 238$)

$$\begin{array}{r} 24 : 8 = 3 \\ + 72 : 8 = 9 \\ + 88 : 8 = 12 \\ + 152 : 8 = 19 \\ \hline = 336 : 8 = 43 \end{array}$$

Probe: $336 : 8 = 42$ – hier stimmt etwas nicht! ($88 : 8 = 11$)

Für Addition und Subtraktion addiert man alle Spalten (so wie man $(2 + 3) + (8 + 7)$ auch zu $(2 + 8) + (3 + 7)$ zusammenfassen könnte).

$$\begin{array}{r} 223 + 287 = 510 \\ + 809 + 2340 = 3149 \\ + 276 + 1724 = 2000 \\ + 549 + 1561 = 2110 \\ \hline = 1857 + 5912 = 7659 \end{array}$$

Probe: $1857 + 5912 = 7769$ – auch hier stimmt etwas nicht! ($549 + 1561 = 2110$)

$$\begin{array}{r} 129 - 34 = 95 \\ + 487 - 124 = 353 \\ + 892 - 719 = 173 \\ + 901 - 423 = 578 \\ \hline = 2409 - 1300 = 1199 \end{array}$$

Probe: $2409 - 1300 = 1109$ – hier stimmt etwas nicht! Es sind gleich zwei Fehler:

$$901 - 423 = 478 \text{ und } 487 - 124 = 363$$

Bei der letzten Aufgabe kann man nichts als Summe zusammenfassen, da mit verschiedenen Zahlen multipliziert wird, z.B.

$(2 \cdot 3) + (4 \cdot 5)$ kann man nicht vereinfachen.

2a Durch 9 teilbar sind alle Zahlen, deren Quersumme durch 9 teilbar ist:

	Quersumme	
72	$7 + 2 = 9$	Ja
981	$9 + 8 + 1 = 18$	Ja
711	$7 + 1 + 1 = 9$	Ja
42678	$4 + 2 + 6 + 7 + 8 = 27$	Ja
90181	$9 + 0 + 1 + 8 + 1 = 19$	Nein
34567	$3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$	Nein
877032	$8 + 7 + 7 + 0 + 3 + 2 = 27$	Ja

2b Man kann beliebig anfangen, nur die letzte Ziffer ist wichtig:

Die letzte Ziffer muss so gewählt werden, dass die Quersumme 9 ergibt, also z.B. die ersten 19 Stellen:

1234567890123456789

die Quersumme bisher ist 90, das ist bereits durch 9 teilbar, also muss man entweder 9 oder 0 anfügen.

2c Ja, es gibt eine Regel:

Jede Zahl, deren Quersumme durch 3 teilbar ist, ist auch selbst durch 3 teilbar (das gilt natürlich auch für die Zahlen mit Quersumme 9; was durch 9 teilbar ist, ist es auch durch 3).

2 Die Lehrerin hat nicht recht; es dauert nur 23 Tage.

Kinderpaare an Zweier-Tischen sind wie Domino-Steine; wer rechts oder links sitzt, ist egal, nur das Pärchen ist wichtig. Allerdings gibt es keine zwei gleichen Kinder an einem Tisch.

Für das erste Kind gibt es also nur 23 mögliche Banknachbarn, für das zweite bleiben 22 (da es neben einem der 23 schon gegessen hatte), dann 21 usw.

Man muss also alle Zahlen von 1 bis 23 (24-1) aufaddieren, nach der einfacheren Formel aus der Puzzle-Aufgabe: $(N + 1) * N : 2$

Ergibt das hier (N=23), also:

$$(23 + 1) * 23 : 2 = 24 * 11,5 = 276.$$

Es gibt 12 Zweiertische, an denen die Paare ja gleichzeitig sitzen, also sind es

$$276 : 12 = 23 \text{ Tage}$$

Messen und Rechnen

1 Ein Quadrat von 2,5m * 2,5m

Mit diesem Quadrat hat Lukas

$$2,5\text{m} * 2,5\text{m} = 6,25 \text{ qm (Quadratmeter)}$$

für das Kaninchen zur Verfügung.

Man kommt auf die Lösung, wenn man eine Seite eines Rechtecks langsam immer größer macht, wodurch die andere kleiner wird.

Wegen der 10 m Maschendraht müssen alle Seiten zusammen immer 10 m ergeben, z.B.

$$2,3\text{m} + 2,7\text{m} + 2,3\text{m} + 2,7\text{m} = 10,00 \text{ m}$$

Die Flächen sind:

$$2,3 \text{ m} * 2,7 \text{ m} = 6,21 \text{ qm}$$

$$2,4 \text{ m} * 2,6 \text{ m} = 6,24 \text{ qm}$$

$$2,5 \text{ m} * 2,5 \text{ m} = 6,25 \text{ qm}$$

$$2,6 \text{ m} * 2,4 \text{ m} = 6,24 \text{ qm}$$

hier wird es jetzt umgekehrt wieder kleiner.

2a Sie braucht zwei Dosen.

Die Fläche, die gestrichen werden muss, ist:

$$\text{Vorderseite: } 1,00 \text{ m} * 1,80 \text{ m} = 1,80 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} 2 * \text{Seitenteil } 2 * 0,60 \text{ m} * 1,80 \text{ m} &= \\ &= 2 * 1,08 \text{ m}^2 \quad 2,16 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Oberfläche: } 1,00 \text{ m} * 0,60 \text{ m} = 0,60 \text{ m}^2$$

$$\text{Gesamt: } \underline{4,56 \text{ m}^2}$$

$$2 * \text{streichen} \quad 2 * 4,56 \text{ m}^2 = \underline{9,12 \text{ m}^2}$$

2b Die große Dose ist günstiger.

Die zwei kleinen Dosen kosten zusammen

$$2 * 4,99 \text{ €} = 9,98 \text{ €}.$$

Die große Dose ist zwar unsinnig teuer:

In der kleinen Dose kosten 100 ml Lack

$$4,99 \text{ €} : 400 = 1,25 \text{ €},$$

$$\text{daher müssten } 600 \text{ ml: } 6 * 1,25 \text{ €} = 7,50 \text{ €}$$

kosten (statt 8,00 € in der großen Dose).

Da eine 400ml Dose aber nur knapp nicht ausreicht, ist eine große für 8,00 € besser als zwei kleiner für 9,98 €.

3 11 Rollen

Die Wände sind 2,55 m hoch, man bekommt aus einer Rolle

$$10,05 \text{ m} : 2,55 \text{ m} = 3,94$$

also nur 3 ganze Bahnen; umgekehrt sind das

$$3 * 2,55 \text{ m} = 7,65 \text{ m},$$

es bleiben recht große Stücke übrig:

$$10,05 \text{ m} - 7,65 \text{ m} = 2,40 \text{ m}$$

Für die gesamte Breite, die zu tapezieren ist, addiert man alle Wandlängen rundherum auf:

$$3,80 \text{ m} + 5,80 \text{ m} + 3,80 \text{ m} + 5,80 \text{ m} = 19,20 \text{ m}.$$

Davon kann man die Breite von Tür und Fenster (da braucht man nur kurze Stücke) abziehen:

$$19,20 \text{ m} - 0,90 \text{ m} - 1,50 \text{ m} = 16,80 \text{ m}.$$

Eine Bahn ist 0,54 m breit, man benötigt also an Bahnen:

$$16,80 \text{ m} : 0,54 \text{ m} = 1680 \text{ cm} : 54 \text{ cm} = 31,1$$

Da es keine halben Rollen gibt, muss man die Stellen nach dem Komma gar nicht weiter ausrechnen, man benötigt die nächsthöhere Zahl, also 32 Bahnen, das sind dann in Rollen

$$32 : 3 = 10,3 \text{ Rollen Tapete.}$$

Auch hier muss man wieder glatt aufrunden, also 11 Rollen.

Die großen Reststücke (von 11 Rollen jeweils 2,40 m) reichen problemlos für die Restbereiche unter und über Tür und Fenster.

- 2** 3 gelb und 2 rot blühende Stauden;
3 gelb und 4 rot blühende Büsche

Man kann folgende Gleichungen aufstellen:

- a) $A + C = 6$
 b) $A + B = 5$
 c) $D = 4$
 d) $A + B + C + D = 12$

Setzt man c) in die Gleichung d) ein, ergibt sich:

- d) $A + B + C + 4 = 12$, also $A + B + C = 8$
 $A + C = 6$ (aus a)) hier eingesetzt, ergibt
 d) $6 + B = 8$, also $B = 2$

damit wird b) zu:

- b) $A + 2 = 5$, also $A = 3$

und zum Schluss wird damit aus a):

- a) $3 + C = 6$, also $C = 3$

- 3** 12 große, blaue Männchen,
13 große blaue Weibchen,
2 kleine blaue Männchen,
2 kleine, blaue Weibchen,
7 große, gelbe Männchen,
8 große, gelbe Weibchen,
3 kleine, gelbe Männchen,
3 kleine, gelbe Weibchen.

Es gibt folgende Gleichungen:

- a) $A + B + E + F = 40$
 b) $A + B + C + D = 29$
 c) $A + C + E + G = 24$
 d) $E + F = 15$
 e) $E + G = 10$
 f) $D = 2$
 g) $B + F = 21$
 h) $A + B + C + D + E + F + G + H = 50$

Setzt man f) in b) und h) ein, erhält man:

- b) $A + B + C + 2 = 29$, also $A + B + C = 27$
 h) $A + B + C + 2 + E + F + G + H = 50$,
 also $A + B + C + E + F + G + H = 48$

$E + F = 15$ (d)) in a) und h) ergibt:

- a) $A + B + 15 = 40$, also $A + B = 25$
 h) $A + B + C + 15 + G + H = 48$,
 also $A + B + C + G + H = 33$

Jetzt a) $A + B = 25$ in b) und h) einsetzen:

- b) $25 + C = 27$, also $C = 2$
 h) $25 + C + G + H = 33$, also $C + G + H = 8$

Jetzt b) in c) und h) einsetzen:

- c) $A + 2 + E + G = 24$, also $A + E + G = 22$
 h) $2 + G + H = 8$, also $G + H = 6$

Jetzt e) einsetzen in c) und h):

- c) $A + 10 = 22$, also $A = 12$
 h) $2 + G + H = 8$, also $G + H = 6$

Bis jetzt haben wir die Ergebnisse $A = 12$,
 $C = 2$ und $D = 2$. Aus b) erhalten wir damit

- b) $12 + B + 2 + 2 = 29$, das heißt $B = 13$

Das kann man in g) einsetzen:

- g) $13 + F = 21$, also $F = 8$

Ganz oben in d) ergibt das

- d) $E + 8 = 15$, also $E = 7$

Das eingesetzt e) ergibt

- e) $7 + G = 10$, also $G = 3$

Und das in h)

- h) $3 + H = 6$, also $H = 3$

- 4** 110 Karten

Es gibt je Farbe (Pik, Kreuz, Herz, Karo)
 13 Karten:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, B, D, K, A

also insgesamt $4 \cdot 13 = 52$

dazu 3 Joker: $52 + 3 = 55$

und das ganze zweimal: $55 \cdot 2 = 110$

Stimmt das?

- 1** Nein, er gibt nur an!

Frau Schreiber fährt in einer Stunde 120 km,
 also benötigt sie für einen Kilometer

60 Minuten : $120 = \frac{1}{2}$ Minute.

Für die 36 km braucht sie also

$36 \cdot \frac{1}{2}$ Minute = 18 Minuten.

Herr Schreiber fährt 240 km/h, benötigt also
 wirklich nur die halbe Zeit für die Fahrstrecke,

60 Minuten : $240 = \frac{1}{4}$ Minute

$36 \cdot \frac{1}{4}$ Minute = 9 Minuten

da er aber eine Viertelstunde später losfährt,
 kommt er erst nach

$15 + 9$ Minuten = 24 Minuten an.

- 3** Felix' Mutter hat recht, selber backen ist billiger
(wenn man den Stromverbrauch nicht mitrechnet!)

Zutat	Menge	Preis	Nötige Menge	Preis für nötige Menge
Butter	250 g	0,50 €	300 g	$300 \text{ g} \cdot 0,50 \text{ €} : 250 \text{ g} = 0,60 \text{ €}$
Mehl	1 kg	0,60 €	350 g	$350 \text{ g} \cdot 0,60 \text{ €} : 1000 \text{ g} = 0,21 \text{ €}$
Zucker	1 kg	0,60 €	250 g + 25 g	$275 \text{ g} \cdot 0,60 \text{ €} : 1000 \text{ g} = 0,165 \text{ €}$
Eier	6 Stück	1,20 €	5 Stück	$5 \cdot 1,20 \text{ €} : 6 = 1,00 \text{ €}$
Backpulver	10 Päckchen	0,30 €	1 Päckchen	$0,30 \text{ €} : 10 = 0,03 \text{ €}$
Vanillinzucker	10 Päckchen	0,30 €	1 Päckchen	$0,30 \text{ €} : 10 = 0,03 \text{ €}$
Rum-Aroma	3 Fläschchen	0,60 €	1 Fläschchen	$0,60 \text{ €} : 3 = 0,20 \text{ €}$
Kakaopulver	250 g	1,50 €	25 g	$25 \text{ g} \cdot 1,50 \text{ €} : 250 \text{ g} = 0,15 \text{ €}$
Milch	1 l	0,50 €	nur wenige Milliliter ml, je:	$1 \text{ ml} \cdot 0,50 \text{ €} : 1000 \text{ ml} = 0,05 \text{ Cent}$
Schokoguss	1 Portion	1,00 €	1 Portion	1,00 €

Kosten für den gebackenen Kuchen (ohne die Milch, dafür der Preis für den Zucker aufgerundet auf 0,17 €

3,39 €

Der fertige Kuchen wiegt 400 g, um den Preis vergleichen zu können, muss man den Preis auf 1 kg umrechnen: 400 g kosten 2 €, also kosten 100 g: $2 \text{ €} : 4 = 0,50 \text{ €}$, damit würden 1000 g (wie der selbst gebackene): $10 \cdot 0,50 \text{ €} = 5 \text{ €}$ kosten, also deutlich mehr als 3,39 €.

- 4a** Lara sollte den Job nicht nehmen.

Bei den Nachbarn bekommt sie jedes Mal

4 Stunden * 4 € pro Stunde = 16 €.

Bei der Tante bekäme sie zwar

4 Stunden * 4,5 € pro Stunde = 18 €,

wegen der Fahrtkosten von $2 \cdot 1,20 \text{ €} = 2,40 \text{ €}$ hat sie aber letztendlich weniger, nämlich nur

$18 \text{ €} - 2,40 \text{ €} = \underline{15,60 \text{ €}}$.

- 4b** Auch das lohnt sich nicht unbedingt.

Wenn die Tante 4,75 € bezahlt, hat Lara schon mehr Geld, nämlich

4 Stunden * 4,75 € pro Stunde = 19 €;

abzüglich der Fahrtkosten von $2 \cdot 1,20 \text{ €}$ bleiben ihr:

$19 \text{ €} - 2,40 \text{ €} = \underline{16,60 \text{ €}}$.

Sie sollte sich allerdings schon überlegen, ob 0,60 € mehr es wert sind, eine Stunde unterwegs zu sein, für die sie ja nicht bezahlt wird.

Einfach nur mal knobeln

- 1** 28 Steine

Es gibt sieben Steine, bei denen mindestens auf einer Seite 0 ist, das sind:

0/0, 0/1, 0/2, 0/3, 0/4, 0/5, 0/6

Da 1/0 derselbe Stein ist, wie 0/1, gibt es sechs weitere mit einer 1 auf einem Feld:

1/1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6

Genauso ist 2/0 dasselbe wie 0/2 und 2/1 dasselbe wie 1/2, also kommen noch fünf dazu:

2/2, 2/3, 2/4, 2/5, 2/6

entsprechend geht es weiter bis 6/6, sodass die Lösung lautet:

$$7 (0\text{er}) + 6 (1\text{er}) + 5 (2\text{er}) + 4 (3\text{er}) + 3 (4\text{er}) + 2 (5\text{er}) + 1 (6\text{er}) =$$

$$7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$$

Als Tabelle:

		Linke Seite						
		0	1	2	3	4	5	6
Rechte Seite	0	X	X	X	X	X	X	X
	1		X	X	X	X	X	X
	2			X	X	X	X	X
	3				X	X	X	X
	4					X	X	X
	5						X	X
	6							X

5a Er hat höchstens 55 Teile probiert, es dauerte 4 Minuten und 35 Sekunden

Um die linke, obere Ecke zu suchen, muss er im schlechtesten Fall alle Teile nehmen, also 10. Dann hat er neun übrig, die rechts daneben passen können, dann 8, dann 7, usw.

Es sind also

$$10+9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 55 \text{ Versuche}$$

Jeder Versuch dauert 5 Sekunden, das sind

$$55 \cdot 5 \text{ Sekunden} = 275 \text{ Sekunden}$$

$$= 4 \text{ Minuten} + 35 \text{ Sekunden}$$

5b Das wäre total unsinnig; es dauert 695 Stunden

Um eine Rechenmethode zu finden, schreibt man sich die Zahlen aus **5a** geschickt auf:

$$\begin{array}{r} 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 \\ + 1 + 2 + 3 + 4 \\ = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 5 \\ = 5 \cdot 10 + 5 = 55 \\ = 5 \cdot 10 + 10 : 2 \\ = 10 : 2 \cdot 10 + 10 : 2 \\ = 10 \cdot 10 : 2 + 1 \cdot 10 : 2 \\ = (10 + 1) \cdot 10 : 2 \\ = 11 \cdot 5 = 55 \end{array}$$

Man kann also für eine beliebige Zahl N die Rechenformel $(N + 1) \cdot N : 2$ benutzen.

Damit bekommt man für das 1000er-Puzzle ganz leicht die Anzahl der Versuche:

$$(1000 + 1) \cdot 1000 : 2 = 1001 \cdot 500 = 500500$$

500500 Versuche von je 5 Sekunden macht:

$$500500 \cdot 5 \text{ Sekunden} = 2502500 \text{ Sekunden} =$$

$$2502500 : 60 \text{ Minuten} = 41708,33 \text{ Minuten} =$$

$$41708,33 : 60 \text{ Stunden} = 695,14 \text{ Stunden.}$$

Lohnt sich das?

1 Die Bahnfahrt ist billiger.

Wegen der Fahrzeit steht das Auto 4 Stunden – 2 Viertelstunden = dreieinhalb Stunden im Parkhaus.

Sie bezahlt wegen des Tarifs für angefangene Stunden aber für 4 Stunden und zwar 1,- € für die 1. Stunde und $3 \cdot 0,5$ € für die übrigen 3.

$$1,- \text{ €} + 3 \cdot 0,50 \text{ €} = 2,50 \text{ €}.$$

Sie fährt 10 km, verbraucht dabei also

(10 l je 100 km = 1 l je 10 km)

1 Liter Benzin, das macht 0,98 €.

Insgesamt kostet die Autofahrt daher

$$2,50 \text{ €} + 0,98 \text{ €} = 3,48 \text{ €}.$$

Die Bahnfahrt dagegen kostet

$$2 \cdot 1,40 \text{ €} = 2,80 \text{ €}.$$

2 Einzelnen kaufen ist preiswerter

Rechnet man aus den Einzelpreisen die Sortimentspreise zusammen, erhält man:

„Komet“	$3 \cdot 0,95 \text{ €}$	=	2,85 €
„Feuerzauber“	$3 \cdot 0,95 \text{ €}$	=	2,85 €
Silberspiralen	$1,98 \text{ €} : 2 \cdot 3$	=	2,97 €
Pfeifer	$2 \cdot 1,49 \text{ €}$	=	2,98 €
Superknaller	$5 \cdot 0,60 \text{ €}$	=	3,00 €

Zusammen 14,65 €

Da Jan vermutlich 4 statt der 3 Silberspiralen kaufen muss, da man ein 2er-Pack normalerweise nicht öffnen darf, ist auch diese Rechnung richtig:

„Komet“	$3 \cdot 0,95 \text{ €}$	=	2,85 €
„Feuerzauber“	$3 \cdot 0,95 \text{ €}$	=	2,85 €
Silberspiralen	$1,98 \text{ €} \cdot 2$	=	3,96 €
Pfeifer	$2 \cdot 1,49 \text{ €}$	=	2,98 €
Superknaller:	$5 \cdot 0,60 \text{ €}$	=	3,00 €

Zusammen 15,64 €

In jedem Fall sind die einzelnen Feuerwerkskörper billiger als das Sortiment für 15,90 €.

5 11,2 Minuten, (11 Min., 12 Sekunden)

Wegen der Schallgeschwindigkeit von 300 m pro Sekunde haben die Bewohner von Pompeji den Knall in 12 km Entfernung erst nach:

$12000 : 300 \text{ Sekunden} = 40 \text{ Sekunden gehört.}$

Die Windgeschwindigkeit von 72 km/h wird umgerechnet zu 72000m in 3600 Sekunden = $72000 : 3600 \text{ m/sek} = 20 \text{ m/sek}$

In 40 Sekunden war die Asche also schon $40 \cdot 20 = 800 \text{ m}$ weit geflogen, sie war nur noch $12 \text{ km} - 800 \text{ m} = 11200 \text{ m}$ von der Stadt entfernt.

Wer jetzt sofort ohne Gepäck losgelaufen wäre, hätte aber versucht, mit 12 km/h dem Wind von 72km/h wegzulaufen.

Der Wind war 60 km/h schneller, das sind $60.000 \text{ m in } 60 \text{ Minuten} = 1.000 \text{ m pro Minute.}$

Er hat die Entfernung von 11.200 m also in genau $11.200 : 1000 = 11,2 \text{ Minuten}$ (das sind 11 Minuten und 12 Sekunden) aufgeholt.

Hinweis: Ein anderer Rechenweg, indem man immer abwechselnd ausrechnet, wie weit Wind und Läufer in einer bestimmten Zeit gekommen sind, und wie groß der Abstand noch ist, ist länger, führt aber in etwa zum gleichen Ergebnis.

Wie lange dauert so etwas?

1a 572 Tage

7 km/h macht in 10 Stunden 70 km.

$40000 \text{ km} : 70 \text{ km} = 571,43;$

er benötigt also 572 Tage.

(Bei 365 Tagen im Jahr: 1 Jahr + 207 Tage)

1b 25. Juli 2005

Er läuft wegen des Schaltjahres im Jahr 2004 366 Tage, also bleiben aus **1a** für 2005 noch 206 Tage übrig.

Ende Januar noch $206 - 31 = 175;$

Ende Februar $175 - 28 = 147$

Ende März $147 - 31 = 116$

Ende April $116 - 30 = 86$

Ende Mai $86 - 31 = 55$

Ende Juni $55 - 30 = 25$

Er ist also am 25. Juli 2005 wieder zu Hause.

2 Drei Tage

Tag	Tagesstrecke	Gesamtstrecke
1	$8 \cdot 5 \text{ km} = 40 \text{ km}$	40 km
2	$0,9 \cdot 40 \text{ km} = 36 \text{ km}$	76 km
3	$0,9 \cdot 36 \text{ km} = 32,4 \text{ km}$	108,4 km

3 Die Fahrt dauert 50 Minuten.

Durchschnittsgeschwindigkeit: 99 km/h

Für die 5 Kilometer Stadtstraße bei Tempo 50 benötigen sie 5 : 50 Stunden; man rechnet besser

$5 : 50 \cdot 60 \text{ Minuten} = 5 \cdot 60 : 50 \text{ Minuten} = 300 : 50 \text{ Minuten} = 6 \text{ Minuten.}$

Übersichtlicher ist es in einer Tabelle:

Strecke	Höchstgeschw.	Dauer (Minuten)
5 km	50 km/h	$5 \cdot 60 : 50 = 6$
18 km	keine, 135 km/h	$18 \cdot 60 : 135 = 8$
3,5 km	70 km/h	$3,5 \cdot 60 : 70 = 3$
50 km	100km/h	$50 \cdot 60 : 100 = 30$
6	120 km/h	$6 \cdot 60 : 120 = 3$
Gesamt		= 50

Um aus 82,5 km in 50 Minuten km/h zu erhalten, rechnet man

$82,5 : 50 \cdot 60 = 82,5 \cdot 60 : 50 = 4950 : 50 = 99.$

4a 4096

Nach der 1. Stunde sind es	$4 \cdot 4 = 16$
Nach der 2. Stunde	$16 \cdot 4 = 64$
Nach der 3. Stunde	$64 \cdot 4 = 256$
Nach der 4. Stunde	$256 \cdot 4 = 1024$
Nach der 5. Stunde	$1024 \cdot 4 = 4096$

4b Bereits nach 9 Stunden

Nach 6 Stunden	$4 \cdot 4.096 = 16.384$
Nach 7 Stunden:	$4 \cdot 16.384 = 65.536$
Nach 8 Stunden:	$4 \cdot 65.536 = 262.144$
Nach 9 Stunden:	$4 \cdot 262.144 = 1.048.576$

3a am 14. Tag

Am 1. Tag bekommt niemand Post (die ersten Briefe werden versandt).

Am 2. Tag bekommen 4 Personen einen Brief und senden jeder 4, also $4 \cdot 4 = 16$ Briefe ab.

Am 3. Tag erhalten also 16 weitere Personen einen Brief (bisher $4 + 16 = 20$) und senden $16 \cdot 4 = 64$ neue Briefe ab.

Am 4. Tag erhalten 64 Personen einen Brief, zusammen mit denen bis zum dritten Tag sind es jetzt $4 + 16 + 64 = 84$; die 64 Empfänger schreiben $64 \cdot 4 = 256$ neue Briefe.

Am 5. Tag sind es also $4 + 16 + 64 + 256 = 340$ Briefe.

In einer Tabelle ist es übersichtlicher:

Tag	neu versandte Briefe	neu zugestellte Briefe	Bisher zugestellte Briefe	Gesamt = neu zugestellt + bisher zugest.
1	$1 \cdot 4 = 4$	4	0	0
2	$4 \cdot 4 = 16$	16	4	4
3	$16 \cdot 4 = 64$	64	16	20
4	$64 \cdot 4 = 256$	256	64	84
5	$256 \cdot 4 = 1.024$	1.024	256	340
6	$1.024 \cdot 4 = 4.096$	4.096	1.024	1.364
7	$4.096 \cdot 4 = 16.384$	16.384	4.096	5.460
8	$16.384 \cdot 4 = 65.536$	65.536	16.384	21.844
9	$65.536 \cdot 4 = 262.144$	262.144	65.536	87.380
10	$262.144 \cdot 4 = 1.048.576$	1.048.576	262.144	349.524
11	$1.048.576 \cdot 4 = 4.094.304$	4.094.304	1.048.576	1.398.100
12	$4.094.304 \cdot 4 = 16.777.216$	16.777.216	4.094.304	5.592.404
13	$16.777.216 \cdot 4 = 67.108.864$	67.108.864	16.777.216	22.369.620
14	$67.108.864 \cdot 4 = 268.435.456$	268.435.456	67.108.864	89.478.484

3b nach 18 Tagen

Die Reihe von Aufgabe 16a geht so weiter:

Tag	neu versandte Briefe	neu zugestellte	Bisher zugest.	Gesamt.
15	$268.435.456 \cdot 4 = 1.073.741.824$	1.073.741.824	268.435.456	357.913.940
16	$1.073.741.824 \cdot 4 = 4.294.967.296$	4.294.967.296	1.073.741.824	1.431.655.764
17	$4.294.967.296 \cdot 4 = 17.179.869.184$	17.179.869.184	4.294.967.296	5.726.623.060
18	$17.179.869.184 \cdot 4 = 68.719.476.736$	68.719.476.736	17.179.869.184	22.906.492.244

4 3718,00 €

Alter	Woche	Taschengeld pro Jahr
5	0,50 €	$52 \cdot 0,50 \text{ €} = 26,00 \text{ €}$
6	1,00 €	$52 \cdot 1,00 \text{ €} = 52,00 \text{ €}$
7	1,50 €	$52 \cdot 1,50 \text{ €} = 78,00 \text{ €}$
8	2,00 €	$52 \cdot 2,00 \text{ €} = 104,00 \text{ €}$
9	2,50 €	$52 \cdot 2,50 \text{ €} = 130,00 \text{ €}$
10	3,00 €	$52 \cdot 3,00 \text{ €} = 156,00 \text{ €}$
11	4,00 €	$52 \cdot 4,00 \text{ €} = 208,00 \text{ €}$
12	5,00 €	$52 \cdot 5,00 \text{ €} = 260,00 \text{ €}$
13	6,00 €	$52 \cdot 6,00 \text{ €} = 312,00 \text{ €}$
14	7,00 €	$52 \cdot 7,00 \text{ €} = 364,00 \text{ €}$
15	10,00 €	$52 \cdot 10,00 \text{ €} = 520,00 \text{ €}$
16	13,00 €	$52 \cdot 13,00 \text{ €} = 676,00 \text{ €}$
17	16,00 €	$52 \cdot 16,00 \text{ €} = 832,00 \text{ €}$

Am 18. Geburtstag: 3718,00 €

Lösungen

Allerlei Rechnerei

1 11 Wochen

Zuerst zieht man die festen Beträge ab:

$$225,- \text{ €} - 75,- \text{ €} - 32,50 \text{ €} - 50,- \text{ €} = 67,50 \text{ €}$$

Bis zu den Sommerferien sind es noch fünf Wochen, in denen es jeweils 5,50- € gibt

(4,- € Taschengeld, 0,50 € für die Diktate und 1,- € fürs Rasen mähen) das sind

$$5 * 5,5 \text{ €} = 27,50 \text{ €}$$

$$\text{also fehlen noch } 67,50 \text{ €} - 27,50 \text{ €} = 40,- \text{ €}$$

Bekommt er Geld fürs Zeugnis, fehlen noch

$$40,- \text{ €} - 10,- \text{ €} = 30,- \text{ €}$$

In den Sommerferien bekommt er nur noch 4,- € Taschengeld und 1,- € fürs Rasen mähen, also pro Woche 5,- €

Für den Restbetrag braucht er also noch

$$30,- \text{ €} : 5,- \text{ €} = 6$$

Nach weiteren sechs Wochen (also genau zum Ende der Ferien), kann er sich das Fahrrad kaufen, vorausgesetzt, er schreibt weiterhin gute Noten und mäht den Rasen.

2 Die Bundesrepublik Deutschland

Gerundet ergibt sich bereits:

$$\begin{aligned} \text{USA:} & \quad 265 \text{ Millionen Einw} : 9 \text{ Millionen km}^2 \\ & = (265 : 9) \text{ EW/km}^2 \\ & = 29,5 \text{ EW/km}^2 \\ \text{BRD:} & \quad 82 \text{ Millionen Einw} : 360000 \text{ km}^2 \\ & = (82000000 : 360000) \text{ EW/km}^2 \\ & = (82000 : 360) \text{ EW / km}^2 \\ & = 227,8 \text{ EW/km}^2 \end{aligned}$$

Genau gerechnet sind es:

$$\begin{aligned} \text{USA:} & \quad (265.089.998 : 9.159.123) \text{ EW/km}^2 \\ & = 28,9 \text{ EW/km}^2 \\ \text{BRD:} & \quad (81.816.000 : 357.021) \text{ EW/km}^2 \\ & = 229,2 \text{ EW/km}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3a} & \quad \text{gerundet } 1667 \text{ km/h,} \\ & \quad \text{also schneller als ein Verkehrsflugzeug} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 40.000 \text{ km in 24 Stunden} \\ = & 40.000 : 24 \text{ km in 1 Stunde} \\ = & 1666,66... \text{ km/h} \end{aligned}$$

$$\text{3b} \quad \text{gerundet } 114.000 \text{ km/h (das ist etwa 100 mal so schnell wie ein Flugzeug!)}$$

Aus der Entfernung der Erdbahn bis zur Mitte des Kreises, also bis zur Sonnenmitte, berechnet man die Länge der Umlaufbahn:

$$\begin{aligned} 150.000.000 \text{ km} * 2 * \text{Pi} (3,14): & \quad 942.000.000 \\ 150.000.000 * 2 * 3,14 \text{ km} = & \quad 942.000.000 \text{ km} \\ \text{Diese Strecke wird in 365,25 Tagen zurückge-} & \\ \text{legt; das sind } 365,25 * 24 \text{ Stunden} = & \quad 8766 \text{ Std.} \\ 942.000.000 \text{ km in 8766 Stunden sind} & \\ 942.000.000 \text{ km} : 8766 \text{ km/h} = & \quad 107.460 \text{ km/h} \end{aligned}$$

$$\text{3c} \quad \text{Der Mond dreht sich viel langsamer; gerundet } 3600 \text{ km/h.}$$

Die Berechnung funktioniert genauso, wie bei

3b: Zuerst berechnet man die Umlaufbahn also

$$385.000 \text{ km} + 6370 \text{ km} = 391.370 \text{ km}$$

$$\begin{aligned} \text{Die Umlaufbahn hat also eine Länge von} & \\ 385.000 * 2 * \text{Pi km} = & \\ 385.000 * 2 * 3,14 \text{ km} = & \quad 2.417.800 \text{ km} \\ 2.417.800 \text{ in 28 Tagen sind} & \\ 2.417.800 : 28 \text{ km pro Tag, das sind} & \\ 86350 : 24 \text{ km pro Stunde} = & \quad 3598 \text{ km/h} \end{aligned}$$

Was wäre, wenn ... ?

1 Ja, er würde geblitzt!

$$\begin{aligned} & 100 \text{ m in 10 sec.} \\ = & 600 \text{ m in 60 sec. (1 min.)} \\ = & 60 * 600 \text{ m (36000 m) in 1 Stunde} \\ = & \quad 36 \text{ km/h.} \end{aligned}$$

$$\text{2} \quad 1.636.320 \text{ €}$$

$$\begin{aligned} 81.816.000 * 2 \text{ Cent} & = 163.632.000 \text{ Cent;} \\ 100 \text{ Cent} & = 1 \text{ €, also} \\ 163.632.000 \text{ Cent} : 100 & = 1.636.320 \text{ €} \end{aligned}$$

3

Erinnerst Du Dich an die Proben aus Aufgabe 1? Mit den Quersummen aus der Neuner-Reihen gibt es auch eine hübsche Methode - die „Neuner-Probe“: Sie gilt für Addition (+), Subtraktion (-) oder Multiplikation (*). Erst mal schwer zu lesen:

Für jedes Ergebnis ist der Neuner-Rest (das was als „Rest“ übrig bleibt, wenn man die Quersumme der Zahl durch 9 teilt) genau gleich den addierten, subtrahierten oder multiplizierten Neuner-Resten der einzelnen Zahlen. Wenn dieses Ergebnis größer ist als 9, muss man einfach noch einmal den Neuner-Rest bilden

Es ist aber ganz einfach: z.B. $75 + 91 = 166$;

	Zahl	Quersumme	: 9	Neunerrest	
Aufgabe	75	12	1	Rest 3	
	+ 91	10	1	Rest 1	
Ergebnis	= 166	13	1	Rest 4	Summe der Neuner-Reste: $3 + 1 = 4$

Würde man falsch rechnen, z.B. $16 * 16 = 266$, erhielte man als Probe:

	Zahl	Quersumme	: 9	Neunerrest	
Aufgabe	16	7	0	Rest 7	
	* 16	7	0	Rest 7	
Ergebnis	= 266	14	1	Rest 5	Produkt der Neuner-Reste: $7 * 7 = 49$
➤ Nochmal	49	13	1	Rest 4	- hier ist etwas falsch !

Jetzt bist Du dran: Prüfe die folgenden Rechnungen:

				Quersumme	Neunerrest
		3	4		
+		8	2		
=	1	1	6		
	7	7	8		
-	1	3	6		
=	6	4	2		
		9	8		
*		6	2		
=	6	0	6	6	
Warum findet man diesen Fehler nicht?					
		2	3		
+		4	6		
=		9	6		

Spannendes aus der Mathematik

1a

Kevin hat seine Hausaufgaben fertig.

Ein Rechenpäckchen war:

$$4 * 3 = 12$$

$$5 * 3 = 18$$

$$9 * 3 = 27$$

$$2 * 3 = 6$$

Zur Probe hat er die „Umkehraufgaben“ gerechnet:

$$12 : 3 = 4$$

$$18 : 3 = 5$$

$$27 : 3 = 9$$

$$6 : 3 = 2$$

Er ist ziemlich überrascht, dass er trotz der Probe einen Fehler nicht gemerkt hat. Er hat nämlich $18 : 3 = 6$ ^{falsch} ausgerechnet, weil er sich bei der Umkehraufgabe wieder gedacht hat: „ $5 * 3 = 18$, also ist $18 : 3 = 5$ “. Sein Vater erklärt ihm, dass er doch eine „Summenprobe“ hätte machen können. Dann stünde unter dem falschen Rechenpäckchen $20 * 3 = 63$, und er würde den Fehler bemerken. Was könnte Kevins Vater meinen und warum funktioniert das?

1b

Klappt das auch bei diesen Päckchen? Vielleicht findest Du auch Fehler.

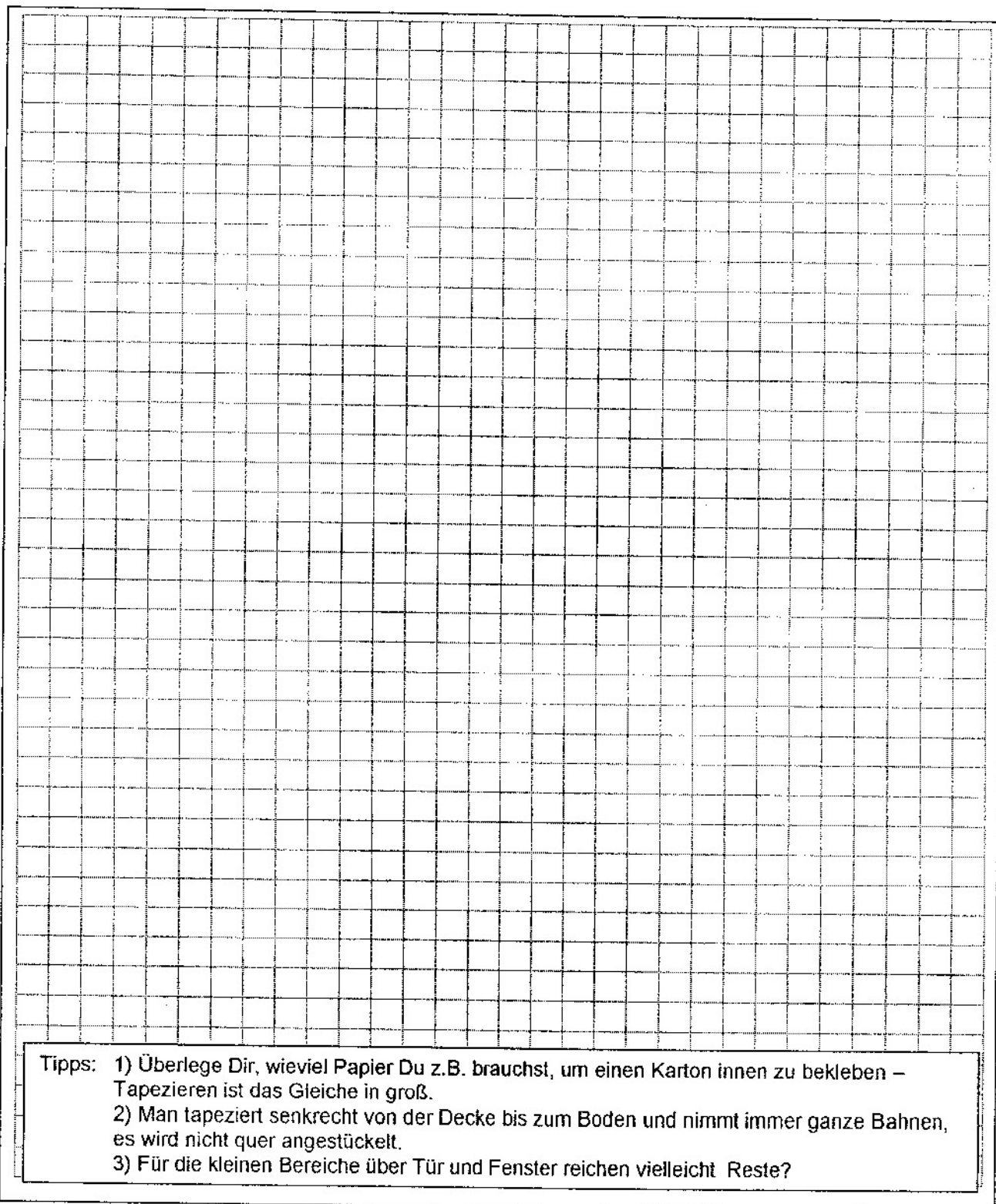
[illegible]

3

Nachdem der Schrank gestrichen ist, bemerkt Uli's Mutter, dass sie das Zimmer in einer passenden Farbe neu tapezieren sollte.

Der Raum ist 3,80 m breit und 5,80 m lang. Die Wände sind 2,55 m hoch. Es gibt eine Tür von 90 cm Breite und 2,00 m Höhe; das Fenster ist 1,50 m breit und 1,20 m hoch. Vom Boden bis unter das Fenster sind es 90 cm. Eine Tapetenrolle ist 10,05 m lang und 54 cm breit.

Wie viele Rollen muss sie kaufen?

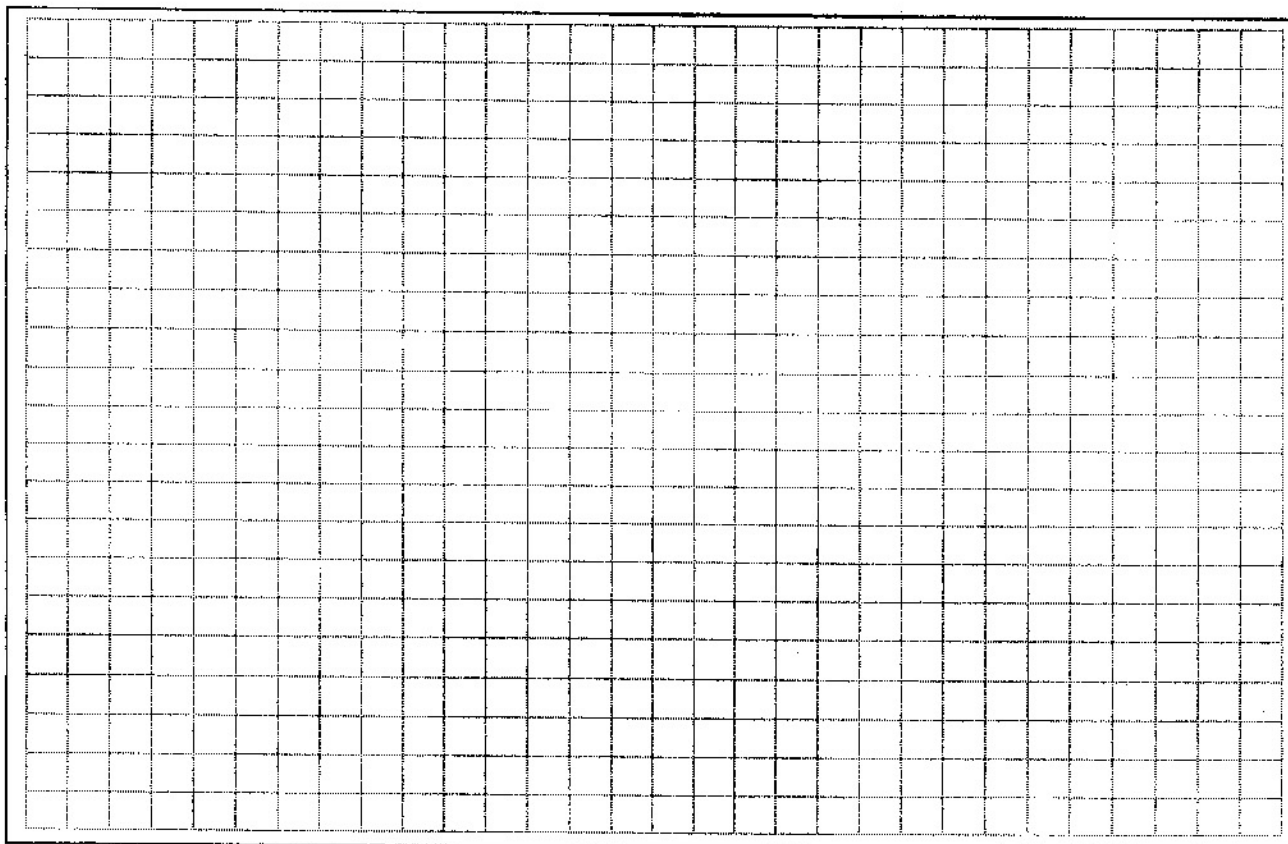


Tipps: 1) Überlege Dir, wieviel Papier Du z.B. brauchst, um einen Karton innen zu bekleben – Tapezieren ist das Gleiche in groß.
2) Man tapeziert senkrecht von der Decke bis zum Boden und nimmt immer ganze Bahnen, es wird nicht quer angestückt.
3) Für die kleinen Bereiche über Tür und Fenster reichen vielleicht Reste?

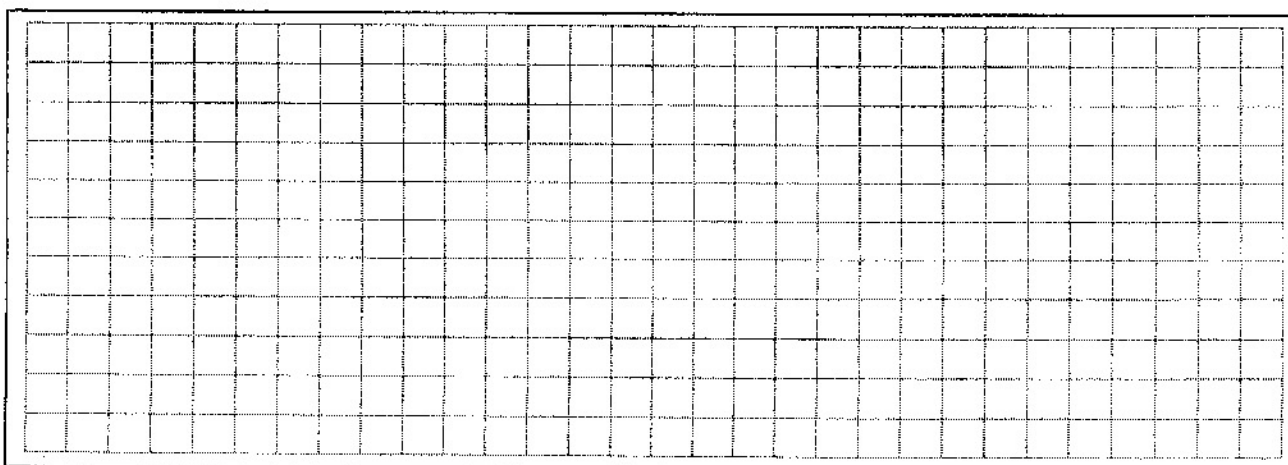
2a

Ulis Mutter will einen Schrank neu lackieren. Er ist 1 m breit, 60 cm tief und 1,80 m hoch. Es müssen nur die Vorderseite, die beiden Seitenteile und die Oberseite lackiert werden und auch nur außen. Damit es gut aussieht, muss sie allerdings zwei Schichten Lack auftragen. Auf der Lackdose liest sie: „Der Inhalt reicht für 8 m² bei einmaligem Anstrich.“

Wie viele Dosen benötigt sie?

**2b**

In der Dose sind 400 ml (Milliliter); sie kostet 4,99 €. Es gibt noch eine größere Dose mit 600 ml, die kostet allerdings 8,00 €. Was ist günstiger, wenn sie nur den Schrank streichen will?

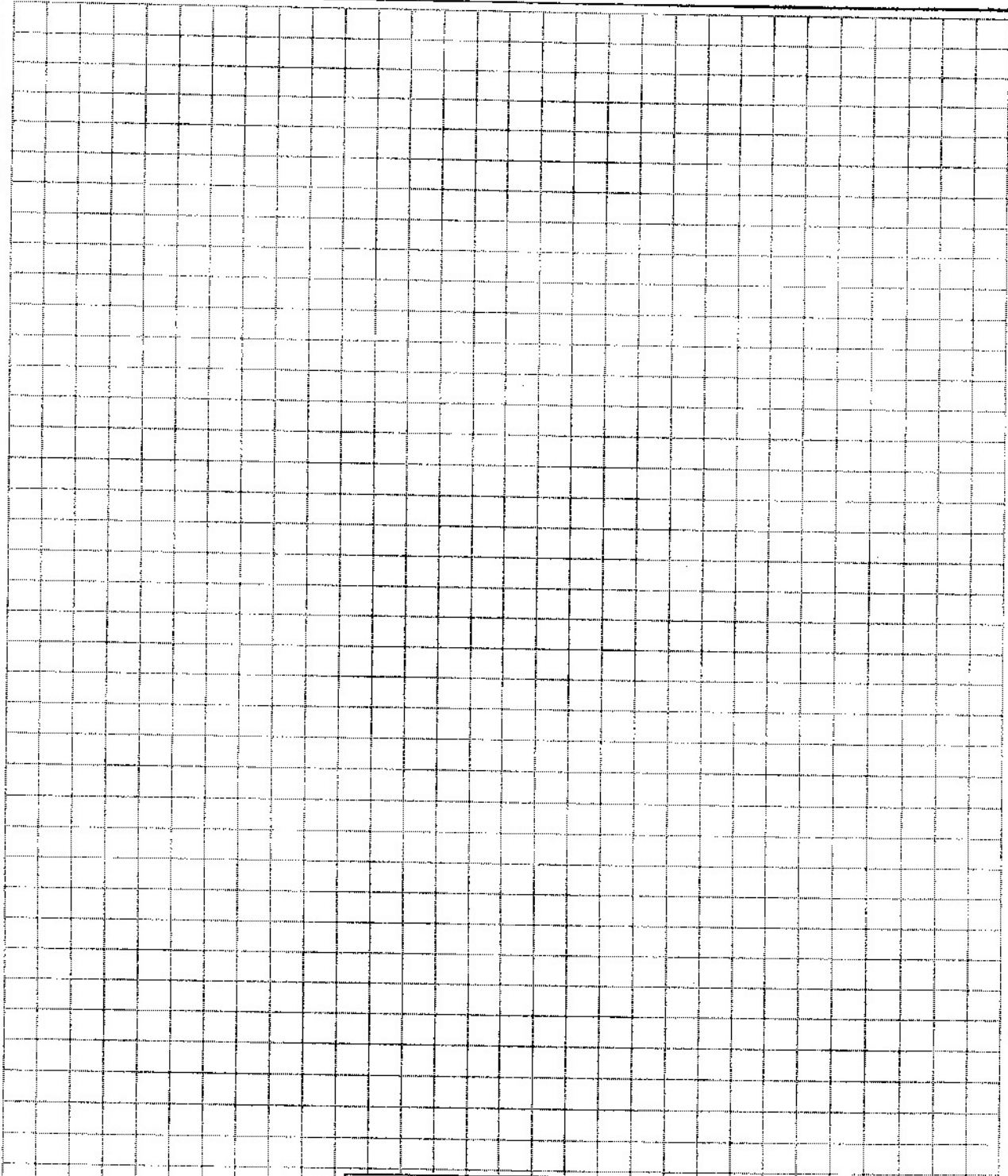


Messen und Rechnen

1

Lukas will für sein Kaninchen eine rechteckiges Gehege im Garten abteilen. Sein Vater kauft ihm genau 10 m Maschendraht.

Wie kann er mit diesen 10 m Draht die größte Fläche abteilen?

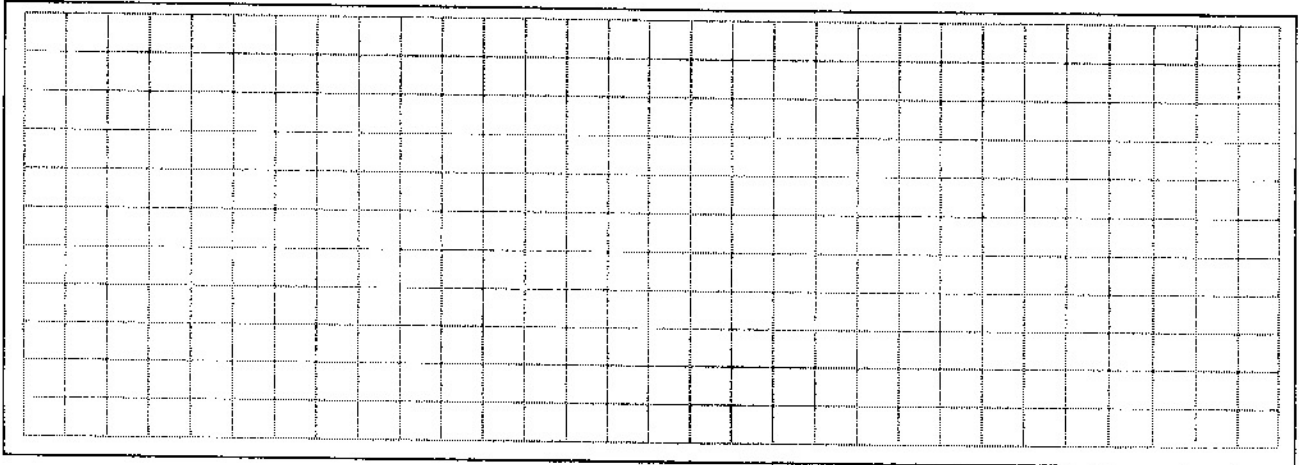


Tipps:
1) Vergleiche z.B. Rechtecke von a) 1 m * 4 m und b) 2 m * 3 m.
Beide benötigen genau 10 m Zaun außenherum.
2) Du kannst es auch aufmalen.

Stimmt das?

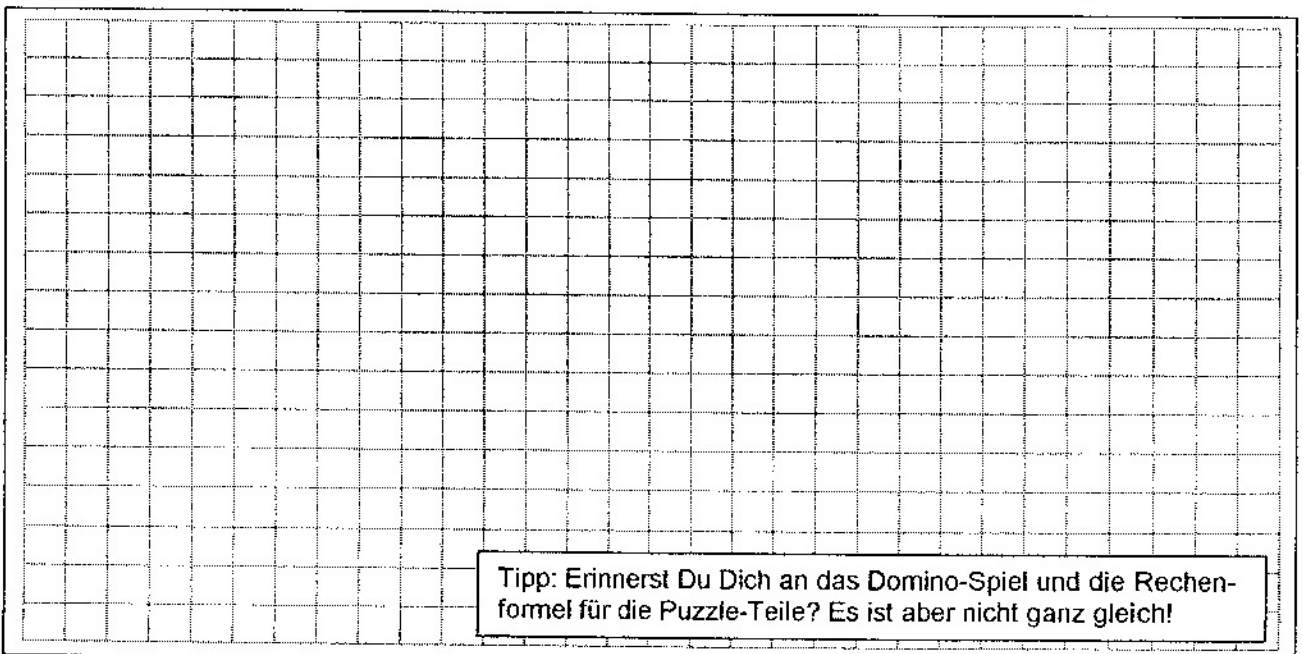
1

Frau Schreiber und ihr Mann wollen von Bonn nach Köln fahren. Da Herr Schreiber noch etwas zu erledigen hat, fährt Frau Schreiber schon vor. Ihr Mann startet 15 Minuten später. Frau Schreibers Auto fährt durchschnittlich nur 120 km/h (Kilometer in der Stunde). Herr Schreiber hat einen Sportwagen, der 240 km/h fahren kann. Er prahlt: „Ich bin ja doppelt so schnell wie Du, ich hole Dich bestimmt noch ein“. Von Bonn bis Köln sind es 36 km. Schafft Herr Schreiber es wirklich, seine Frau noch einzuholen?



2

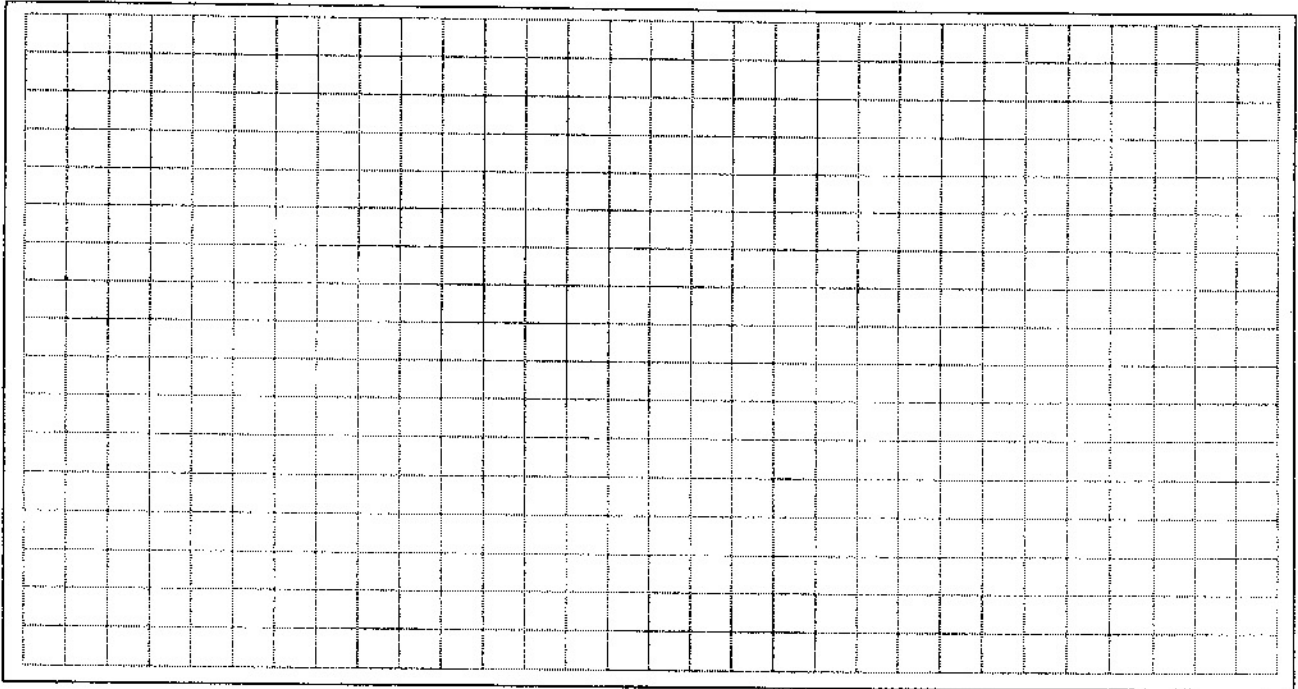
In Annas Klasse sind 24 Kinder. Sie können sich oft nicht einigen, wer neben wem an den 12 Zweiertischen sitzen möchte. Anna ist Klassensprecherin und schlägt vor, dass für eine Weile täglich gewechselt werden soll, bis jedes Kind genau einmal einen Tag neben jedem anderen gesessen hat. Die Lehrerin lehnt das ab, weil sie meint, das würde viel zu lange dauern: „Das sind ja $24 \cdot 24$ Tage, da sind wir über ein Jahr mit Plätzewechseln beschäftigt.“ Hat sie recht?



Tipp: Erinnerst Du Dich an das Domino-Spiel und die Rechenformel für die Puzzle-Teile? Es ist aber nicht ganz gleich!

4

Ein Kartenspiel, mit dem man Canasta oder Rommé spielen kann, besteht aus 2 gleichen Teilen; Jeder Teil hat die Karten 2 bis 10, Bube, Dame, König und As, jeweils in Pik, Karo, Herz und Kreuz und 3 Joker. Wie viele Karten hat solch ein Spiel?



3

In Marks Aquarium gibt es 50 Fische. Sie sind entweder groß oder klein, außerdem entweder gelb oder blau und natürlich entweder Männchen oder Weibchen.

- | | |
|----------------------------------|--------------------------------------|
| a) Es gibt 40 große Fische | b) Es gibt 29 blaue Fische |
| c) 24 sind Männchen | d) 15 sind groß und gelb |
| e) 10 gelbe Fische sind Männchen | f) Es gibt 2 kleine, blaue Weibchen. |
| g) 21 Weibchen sind groß | |

Wie viele (A) große, blaue Männchen, (B) große blaue Weibchen, (C) kleine blaue Männchen, (D) kleine, blaue Weibchen, (E) große, gelbe Männchen, (F) große, gelbe Weibchen, (G) kleine, gelbe Männchen und (H) kleine, gelbe Weibchen hat Mark in seinem Aquarium?

Tipp:
 Diese Aufgabe ist wie Aufgabe 2, nur viel komplizierter, es darf durchaus länger dauern, sie zu lösen.
 Vergiss die achte Gleichung nicht!

Einfach nur mal knobeln

1

Ein Domino-Spiel hat in den einzelnen Feldern 0, 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 Punkte. Es gibt jede mögliche Kombination (0/0, 0/1, 0/2, ...) genau einmal (0/1 ist also derselbe Stein wie 1/0). Wie viele Steine hat ein Domino-Spiel?

										<p>Tipp: Male Dir eine Tabelle:</p> <table> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>		0	1	2	...	0					1					2				
	0	1	2	...																										
0																														
1																														
2																														

2

In meinem Blumenbeet gibt es 12 Pflanzen, rot und gelb blühende Büsche oder Stauden, davon sind

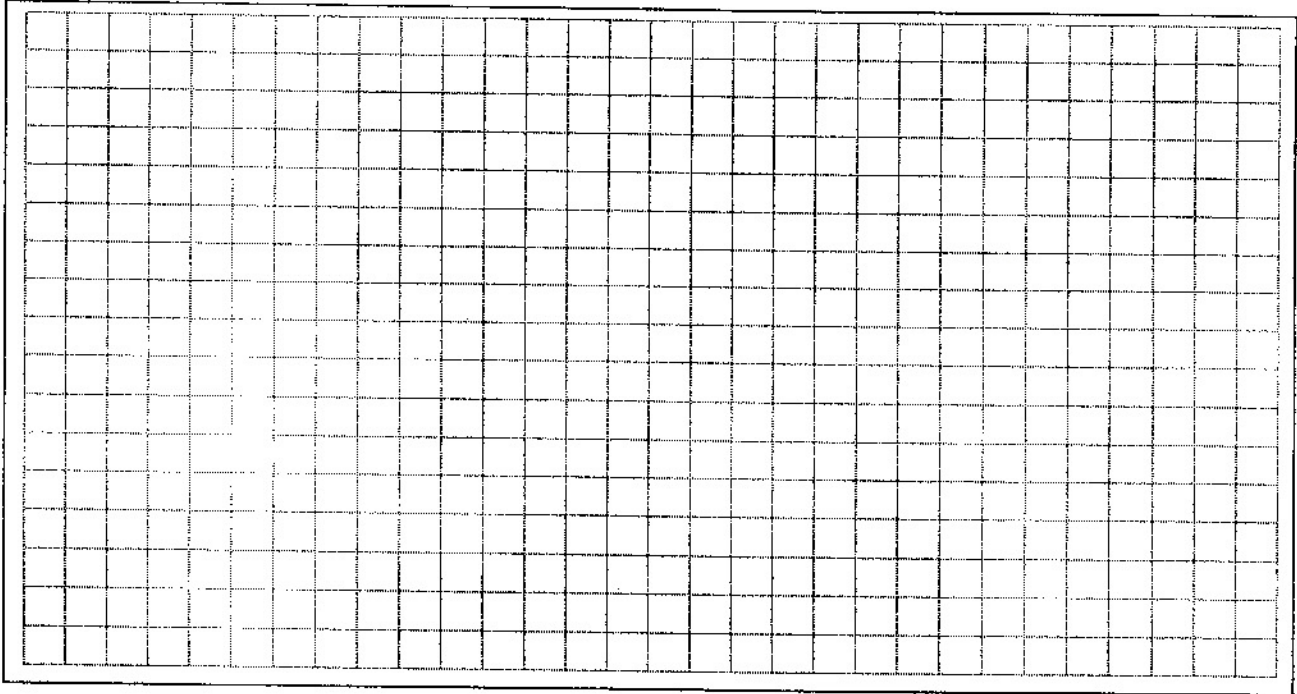
- a) 6 gelb blühend b) 5 Stauden c) 4 rot blühende Büsche

Wie viele (A) gelb blühende Stauden, (B) rot blühende Stauden, (C) gelb blühende Büsche und (D) rot blühende Büsche habe ich gepflanzt?

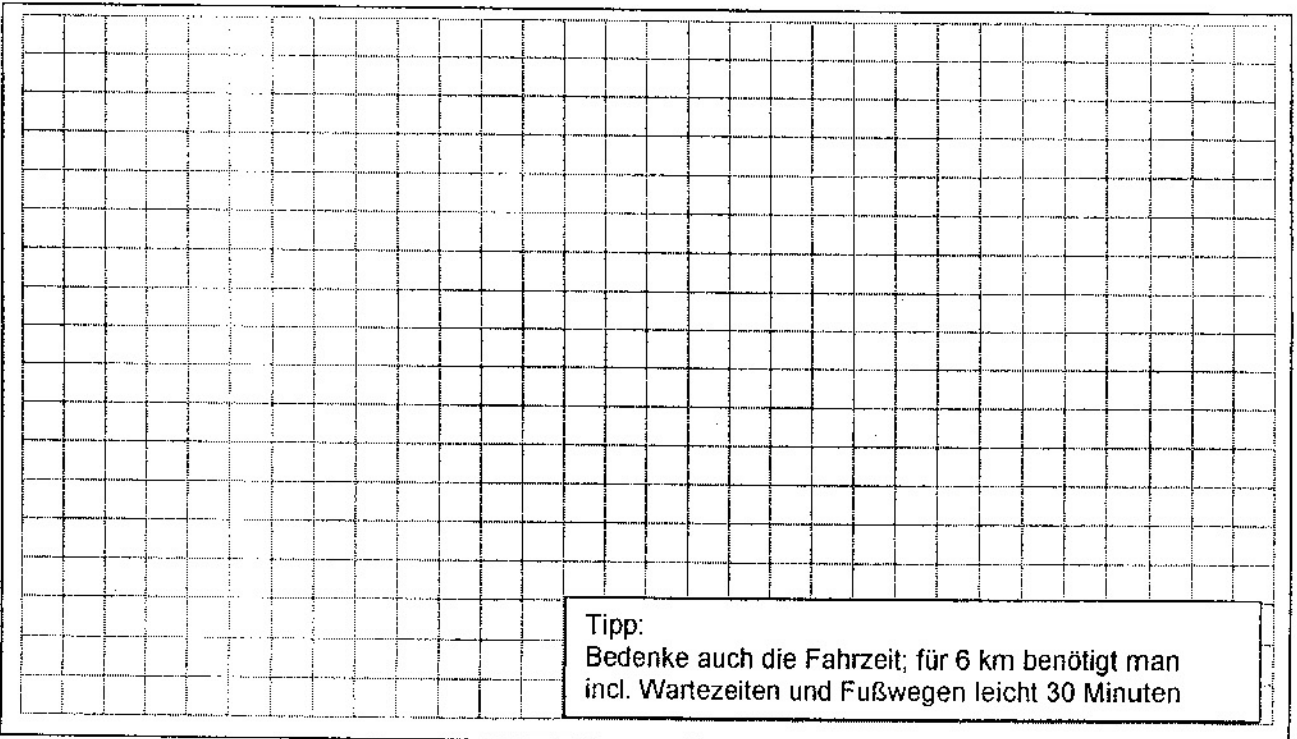
										<p>Tipp: Versuche die Beschreibungen A, B, C und D der Pflanzen in die Sätze a), b) und c) einzusetzen, also z.B.: „a) 6 sind gelb blühend“ und „(A) gelb blühende Stauden“ und „(C) gelb blühende Büsche“ wird zusammen zu: $A + C = 6$. Aus allen Sätzen bekommst Du dann 3 Gleichungen, die vierte ist dann noch $A + B + C + D = 12$ (wegen der 12 Pflanzen im Blumenbeet).</p>
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---

4a

Lara arbeitet einmal in der Woche für vier Stunden als Babysitterin für ihre Nachbarn. Sie bekommt dafür 4 € pro Stunde. Nun bittet ihre Tante sie, lieber bei ihr zu arbeiten. Sie würde gleich oft benötigt, bekäme aber 4,50 € pro Stunde. Die Tante wohnt allerdings 6 km entfernt, sodass Lara mit der S-Bahn hin und zurück fahren müsste. Eine Bahnfahrt kostet 1,20 €. Sollte Lara den neuen Job nehmen?

**4b**

Was wäre, wenn Laras Tante 4,75 € pro Stunde bezahlt?



3

Lukas geht mit seiner Mutter einkaufen und sieht einen leckeren Marmorkuchen mit Schokoladenguss, den sie kaufen soll. Der Kuchen wiegt 400 g (Gramm) und kostet 2,- €. Seine Mutter möchte sparen und will den Kuchen selber backen. Lukas behauptet, dass der fertige Kuchen bestimmt nicht teurer sei. Wer hat Recht?

Die Zutaten für Marmorkuchen (ca. 1 kg)

300 g Butter
250 g Zucker
1 Päckchen Vanillinzucker
1 Fläschchen Rum-Aroma
5 Eier
350 g Weizenmehl
1 Päckchen Backpulver
etwa 3 Esslöffel Milch

Die Preise für die Zutaten sind:

250 g Butter	050 €
1 kg Zucker	0,60 €
10 Päckchen Vanillinzucker	0,30 €
3 Fläschchen Rum-Aroma	0,60 €
6 Eier	1,20 €
1 kg Mehl	0,60 €
10 Päckchen Backpulver	0,30 €
1 l Milch	0,50 €

für den dunklen Teig:

25 g Kakao
25 g Zucker
2-3 Esslöffel Milch

250 g Kakaopulver	1,50 €
-------------------	--------

1 Portion Schokoladenguss	1,00 €
---------------------------	--------

Tipp:

- 1) Vergiss die paar Löffel Milch; die trinkt Lukas hoffentlich sowieso
- 2) Wenn Dir diese Rechnungen mit z.B. 0,60 € noch zu schwierig sind, rechne alles in Cent.
- 3) Achte auf die Kuchen Gewichte!

Lohnt sich das?

1

Frau Schubert will in der Stadt einkaufen. Da sie nachmittags noch einen Arzttermin hat, muss sie in 4 Stunden wieder zurück sein. Sie kann mit dem Auto fahren und es im Parkhaus abstellen. Hin- und Rückfahrt dauern je eine Viertelstunde. Die Parkgebühr beträgt 1,- € für die erste Stunde und 0,50 € für jede weitere angefangene Stunde. Die Entfernung bis zum Parkhaus ist 5 km; ihr Auto verbraucht auf 100 km 10 Liter Benzin; das kostet zur Zeit 0,98 € pro Liter. Mit der S-Bahn müsste sie je Fahrt 1,40 € bezahlen. Ist Auto oder S-Bahn billiger?

2

Jan liebt Sylvesterfeuerwerke. Er spart schon lange vorher sein Taschengeld und darf sich dann Raketen und Knaller aussuchen, die er mit seinem Vater zusammen abfeuert. Aus verschiedenen Werbeprospekten interessieren ihn zwei Angebote ganz besonders:

Angebot 1 (als Sortiment) für **15,90 €**

3 Raketen „Komet“
3 Raketen „Feuerzauber“
3 Silberspiralen
10 Pfeifer
5 Superknaller

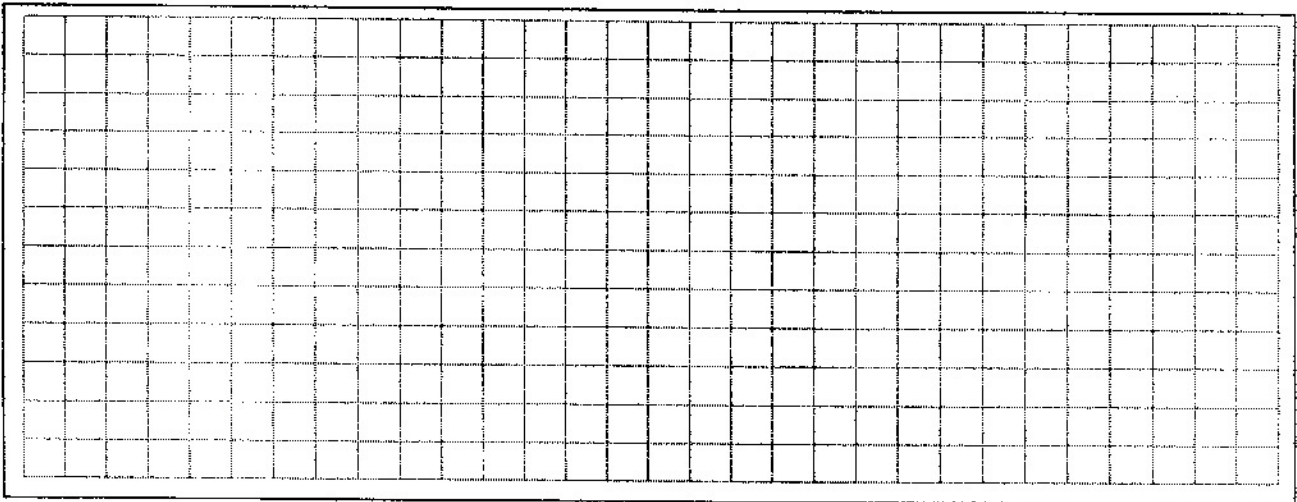
Angebot 2 (alles einzeln)

1 Rakete „Komet“	0,95 €
1 Rakete „Feuerzauber“	0,95 €
2er-Pack Silberspiralen	1,98 €
5er-Pack Pfeifer	1,49 €
1 Superknaller	0,60 €

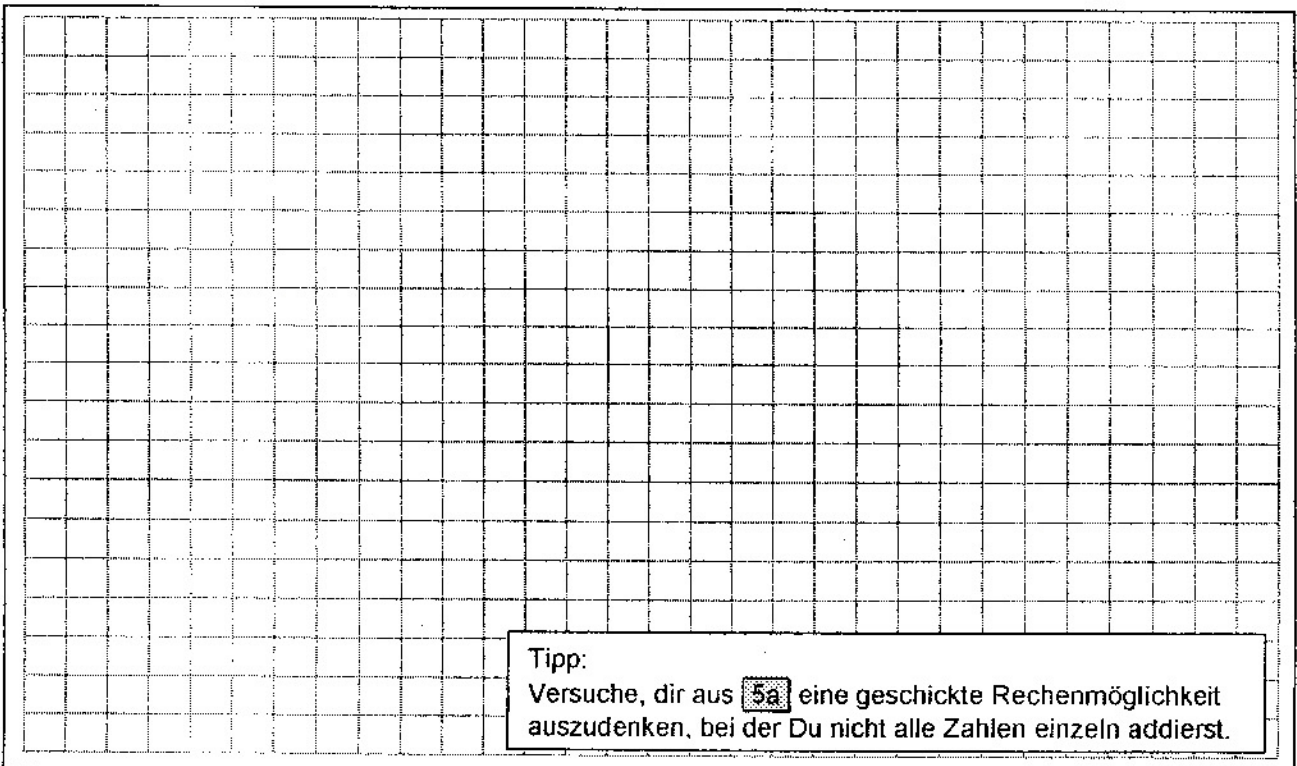
Welches Angebot ist preiswerter?

5a

Kai will sein Lieblingspuzzle mit 10 Teilen noch einmal zusammenbauen. Damit es nicht so langweilig ist, beschließt er, das einmal ganz anders zu versuchen: Er fängt mit der linken oberen Ecke an und legt der Reihe nach Teil für Teil bis er rechts unten angekommen ist. Er sortiert die Teile auch nicht vor, sondern lässt sie alle im Karton, nimmt sich ein Teil nach dem anderen und probiert, ob es passt. Wenn er jetzt ganz viel Pech hat, und immer erst das allerletzte richtig ist – wie viele Teile hat er insgesamt ausprobiert und wie lange hat das Spiel gedauert, wenn Du für jeden Versuch 5 Sekunden annimmst?

**5b**

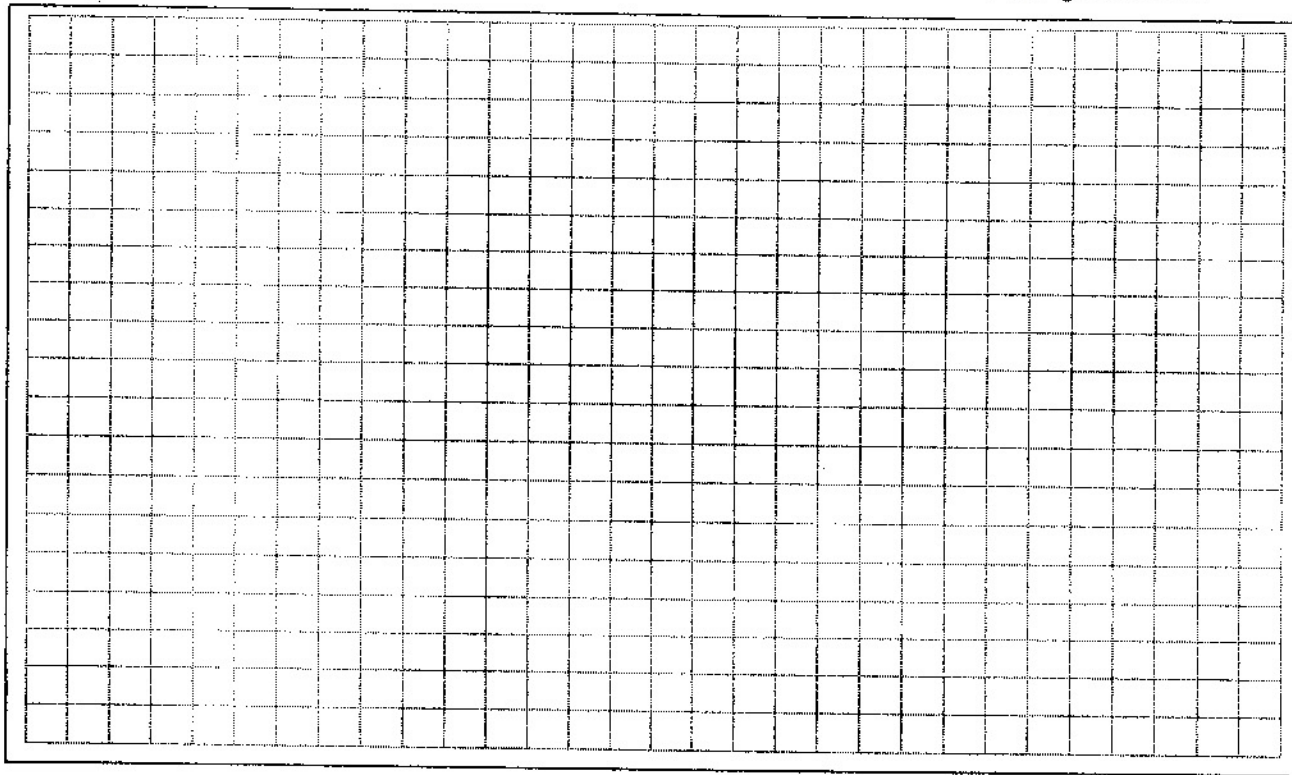
Wie lange würde Kai auf diese Art für ein 1000-Teile Puzzle benötigen? Ist das sinnvoll? Normalerweise kann man ein 1000-Teile Puzzle in ungefähr 20 Stunden fertigbekommen.



Tipp:
Versuche, dir aus **5a** eine geschickte Rechenmöglichkeit auszudenken, bei der Du nicht alle Zahlen einzeln addierst.

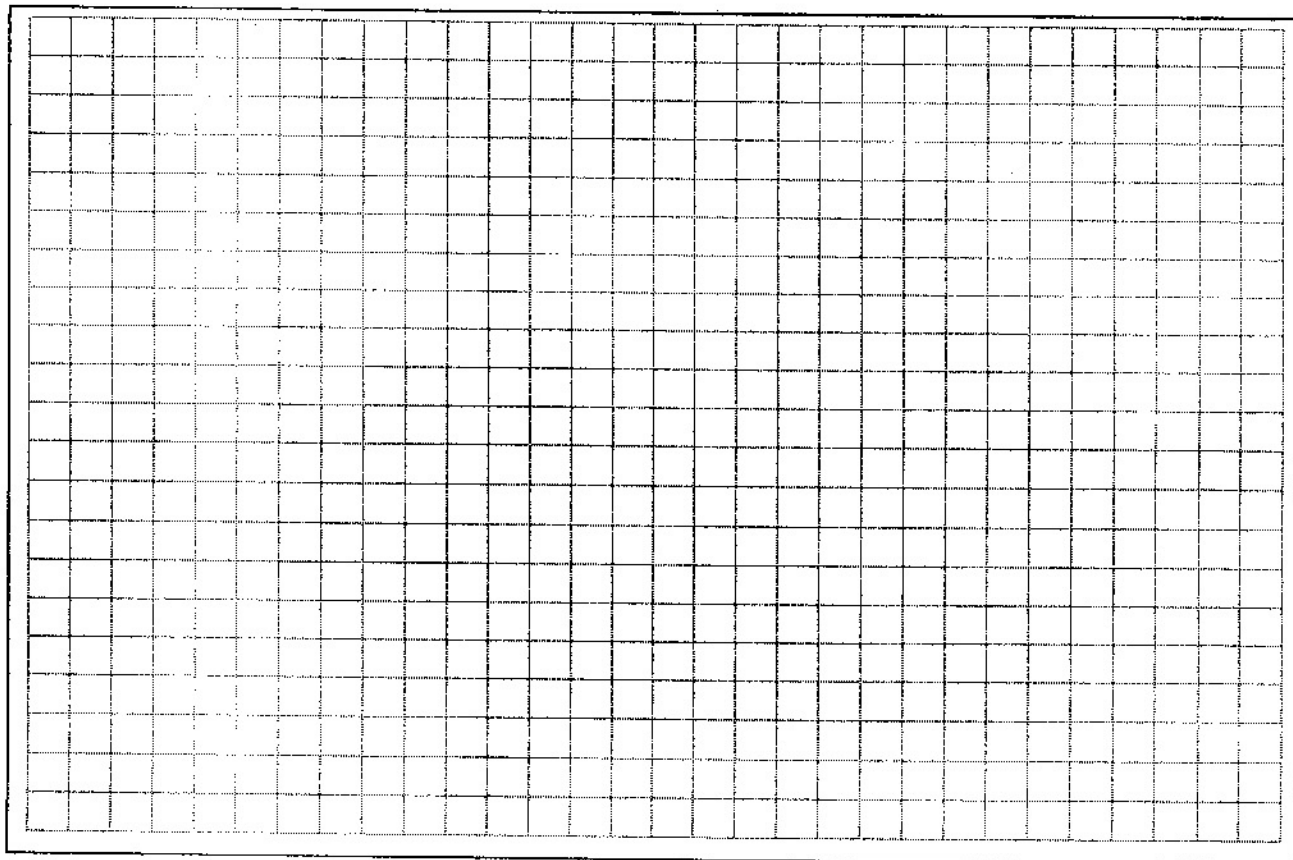
4a

Eine Kultur von Einzellem vermehrt sich rasend schnell; in einer Stunde hat sich ihre Zahl vervierfacht. Wie viele Einzeller sind nach fünf Stunden aus vier Tierchen geworden?



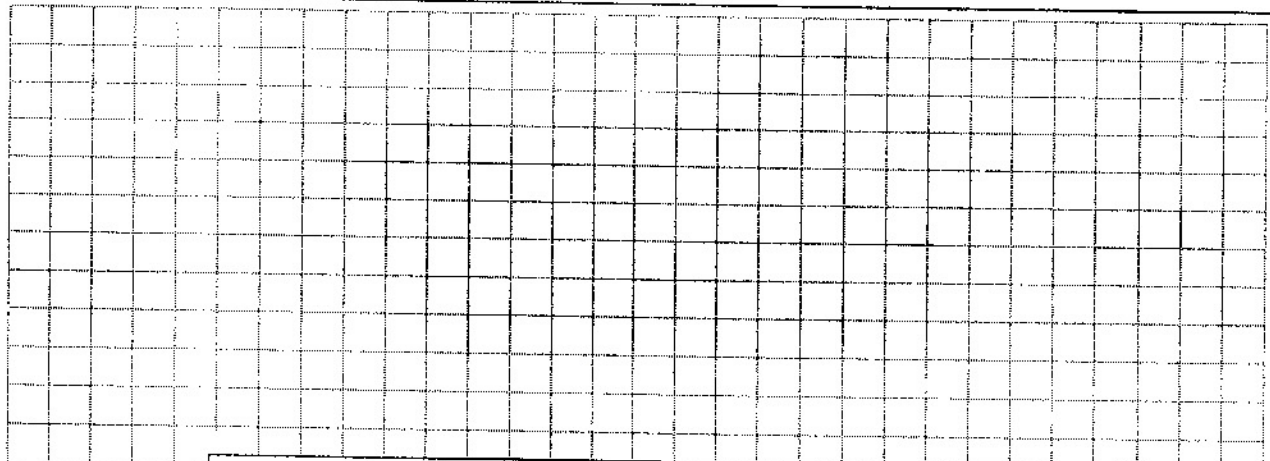
4b

Wann sind es über eine Million Tierchen?



2

Ein Extrem-Wanderer will 100 km durch die Wüste Sahara wandern. Wegen des Sandes kann er ohnehin nur 5 km/h (Kilometer in der Stunde) gehen. Da dieser Marsch sehr anstrengend ist, wird er aber jeden Tag langsamer, sodass er nur noch 90% der Strecke vom Vortag schafft. Er kann 8 Stunden pro Tag laufen. Wie viele Tage ist er unterwegs?



Tipp:
90 % bedeutet „90 von 100“; z.B. 90 % von 30 sind $90 \cdot 30 : 100 = 2700 : 100 = 27$

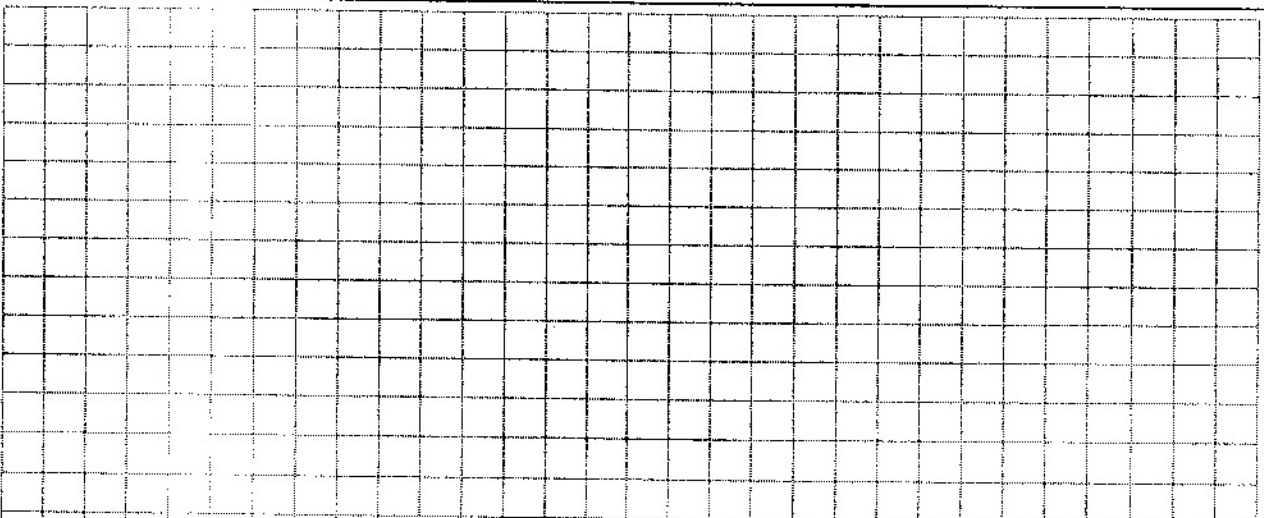
3

Jan wohnt in Bonn, seine Oma in Wuppertal. Die Entfernung beträgt 82,5 km, davon sind:

Länge	Straßenart	Höchstgeschwindigkeit	Länge	Straßenart	Höchstgeschwindigkeit
5 km	Stadtstraße	50 km/h	50 km	Autobahn	100 km/h
18 km	Autobahn	keine	6 km	Autobahn	120 km/h
3,5 km	Landstraße	70 km/h			

Das Auto seiner Eltern fährt höchstens 135 km/h.

Wie lange dauert die Fahrt und was ist die Durchschnittsgeschwindigkeit?

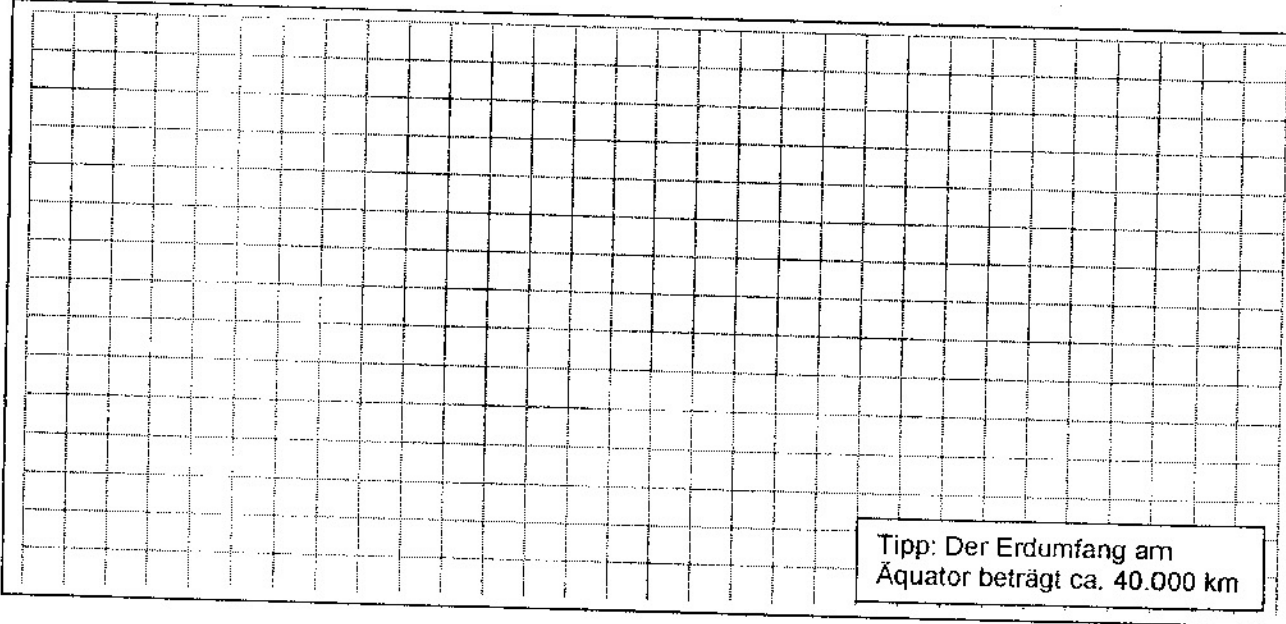


Tipp: km/h = Kilometer pro Stunde

Wie lange dauert so etwas?

1a

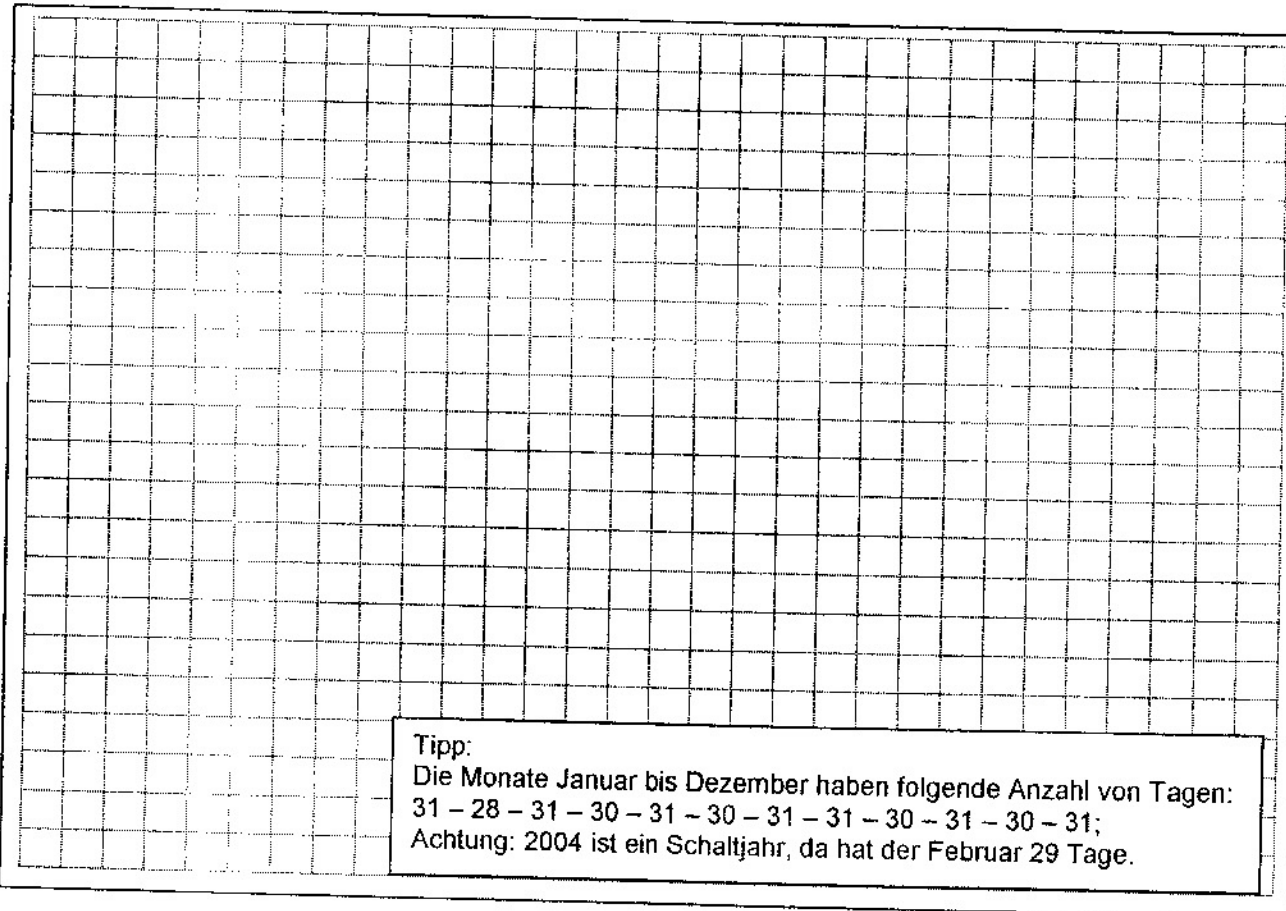
Ein Fußgänger geht ca. 7 km/h (Kilometer in der Stunde). Wenn er 10 Stunden am Tag gehen kann und wenn es einen Landweg rund um die Erde gäbe, wie lange wäre er unterwegs, wenn er die Welt am Äquator umrunden wollte?



Tipp: Der Erdumfang am Äquator beträgt ca. 40.000 km

1b

Er startet am 1. Januar 2004; wann kommt er an?



Tipp:
Die Monate Januar bis Dezember haben folgende Anzahl von Tagen:
31 – 28 – 31 – 30 – 31 – 30 – 31 – 31 – 30 – 31 – 30 – 31;
Achtung: 2004 ist ein Schaltjahr, da hat der Februar 29 Tage.

5

Pompeji wurde bei einem Ausbruch des Vesuv im Jahre 79 n. Chr. durch eine Ascheschicht verschüttet. Der Vesuv ist nur ungefähr 12 km von Pompeji entfernt. Die Schallgeschwindigkeit beträgt 300 m/s (Meter pro Sekunde). Die Windgeschwindigkeit könnte 72 km/h (Kilometer pro Stunde) betragen haben. Ein ungeübter Läufer schafft vielleicht 12 km/h. Nach welcher Zeit haben die Aschewolken die Fluchtenden erreicht?

Tipp: Vermutlich ist die Asche zuerst aufgestiegen und wurde dann vorangetrieben. Da die Geschwindigkeit hiervon aber nur schwer zu schätzen ist, rechne so, als wäre die Asche vom Wind direkt auf Pompeji zugetrieben worden.

4

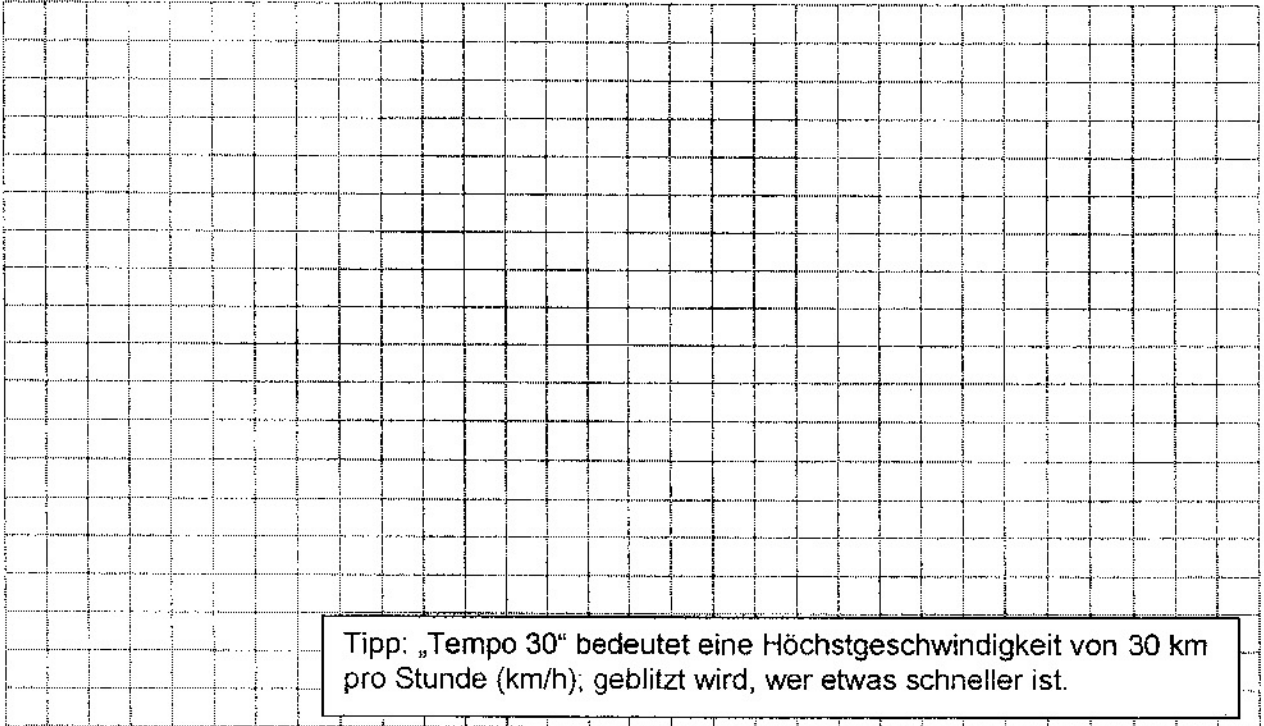
Jana bekommt seit ihrem fünften Geburtstag Taschengeld. Es beginnt mit 50 Cent pro Woche, bis zu ihrem zehnten Geburtstag erhöht sich der Betrag pro Jahr um 50 Cent (also mit sechs Jahren 1 €, mit sieben 1,50 €, ...). Ab dem elften Geburtstag bekommt sie jedes Jahr 1 € pro Woche mehr und ab dem fünfzehnten Geburtstag sogar 3 € pro Woche mehr. Würde sie all dieses Geld nie ausgeben – wie reich wäre sie an ihrem 18. Geburtstag (ohne Zinsen von einer Bank)?

Tipp: Ein Jahr hat 365 Tage, jedes vierte (Schaltjahr) 366 Tage. Das sind 52 Wochen + 1 Tag bzw. 52 Wochen + 2 Tage. Es genügt, wenn Du einfach mit 52 Wochen pro Jahr rechnest.

Was wäre, wenn ... ?

1

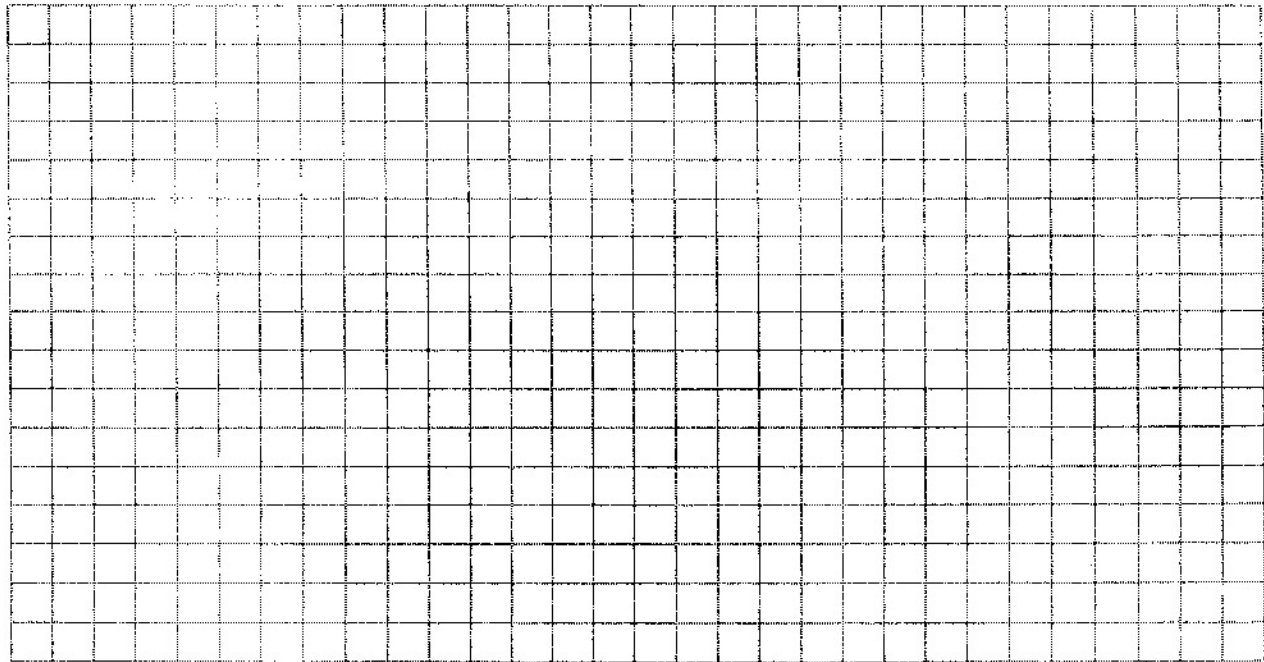
Würde ein Leichtathlet, der 100m in 10 Sekunden läuft, in einer Tempo 30 – Zone geblitzt (wenn Fußgänger sich auch an Tempo 30 halten müssten)?



Tipp: „Tempo 30“ bedeutet eine Höchstgeschwindigkeit von 30 km pro Stunde (km/h); geblitzt wird, wer etwas schneller ist.

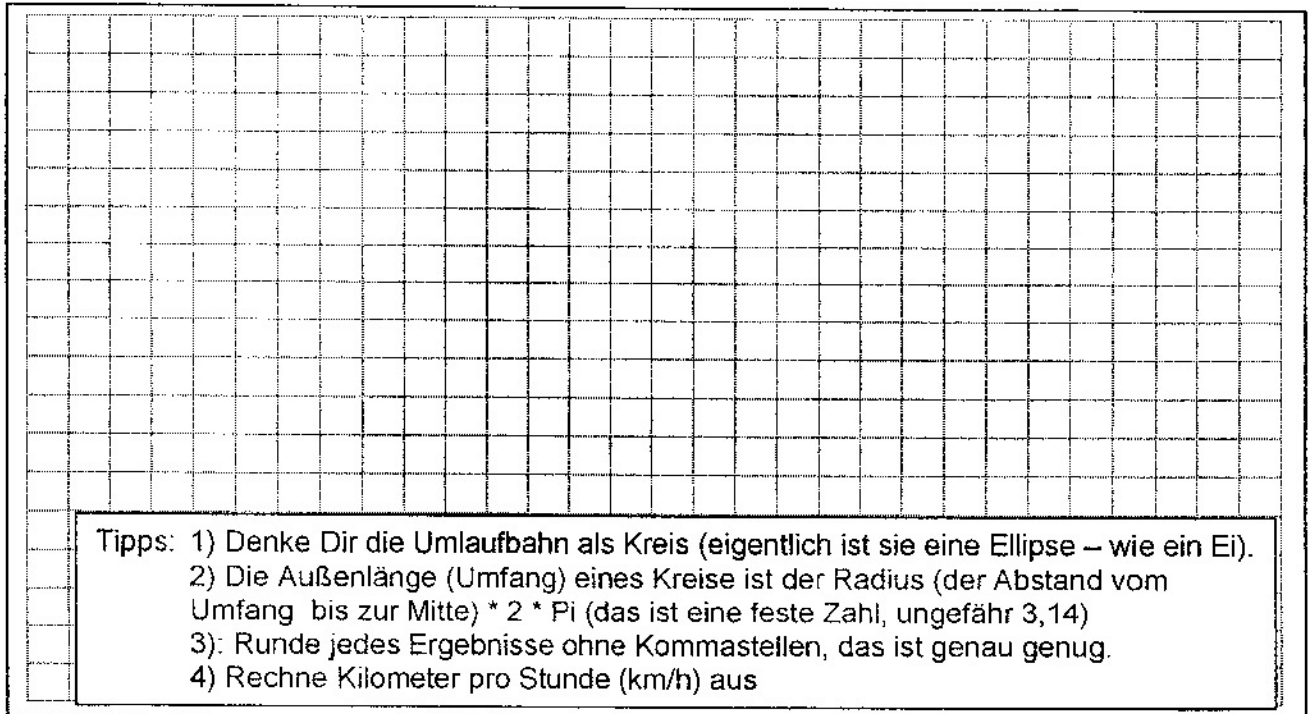
2

Wenn Dir jeder Einwohner der Bundesrepublik Deutschland nur zwei Cent schenken würde - wie viele Euro hättest Du? (Die Bundesrepublik hat zur Zeit 81.816.000 Einwohner.)



3b

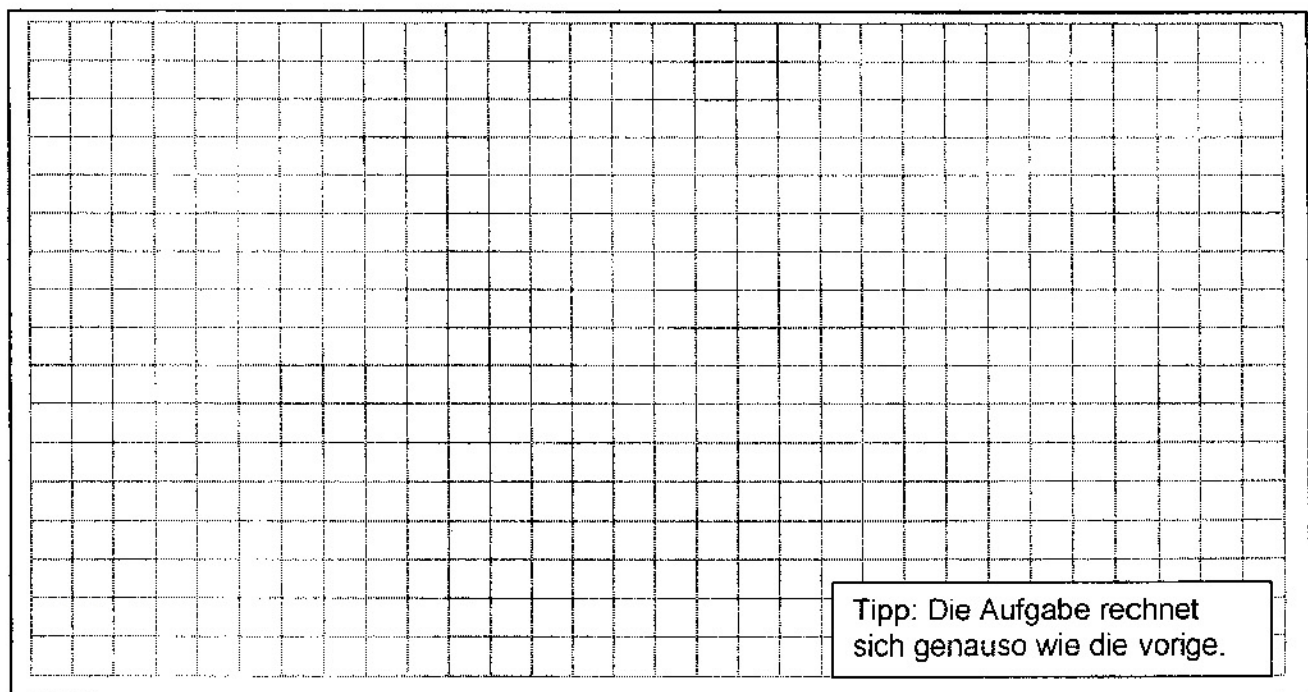
Von der Sonne, um die sie sich in 365,25 Tagen einmal dreht, ist die Erde etwa 150 Millionen km entfernt. Wie schnell düsen wir in unserem „Raumschiff Erde“ um die Sonne?



Tipps: 1) Denke Dir die Umlaufbahn als Kreis (eigentlich ist sie eine Ellipse – wie ein Ei).
2) Die Außenlänge (Umfang) eines Kreise ist der Radius (der Abstand vom Umfang bis zur Mitte) * 2 * Pi (das ist eine feste Zahl, ungefähr 3,14)
3): Runde jedes Ergebnisse ohne Kommastellen, das ist genau genug.
4) Rechne Kilometer pro Stunde (km/h) aus

3c

Unser Mond ist 385000 km von der Erde entfernt und er dreht sich in etwa 28 Tagen einmal um die Erde. Geht es dort gemütlicher zu, oder dreht sich der Mond sogar schneller um die Erde, als die Erde um die Sonne?

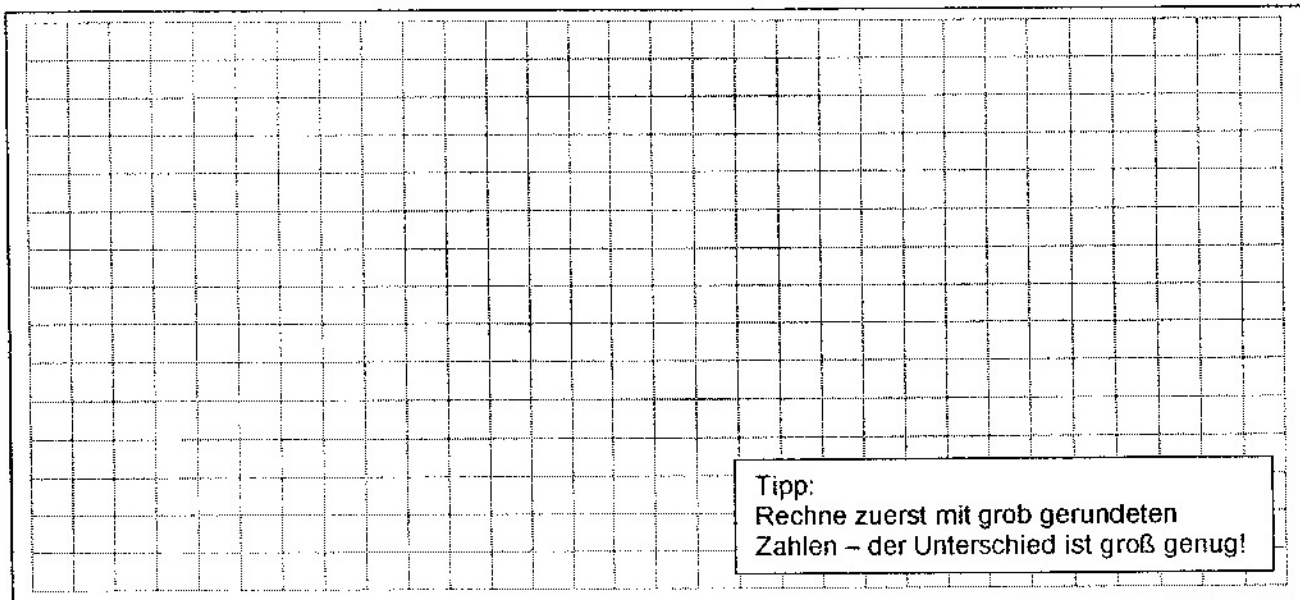


Tip: Die Aufgabe rechnet sich genauso wie die vorige.

2

Die Vereinigten Staaten von Amerika haben eine Fläche von $9.159.123 \text{ km}^2$ (Quadratkilometer) und 265.089.998 Einwohner. Die Bundesrepublik Deutschland hat eine Fläche von 357.021 km^2 und 81.816.000 Einwohner.

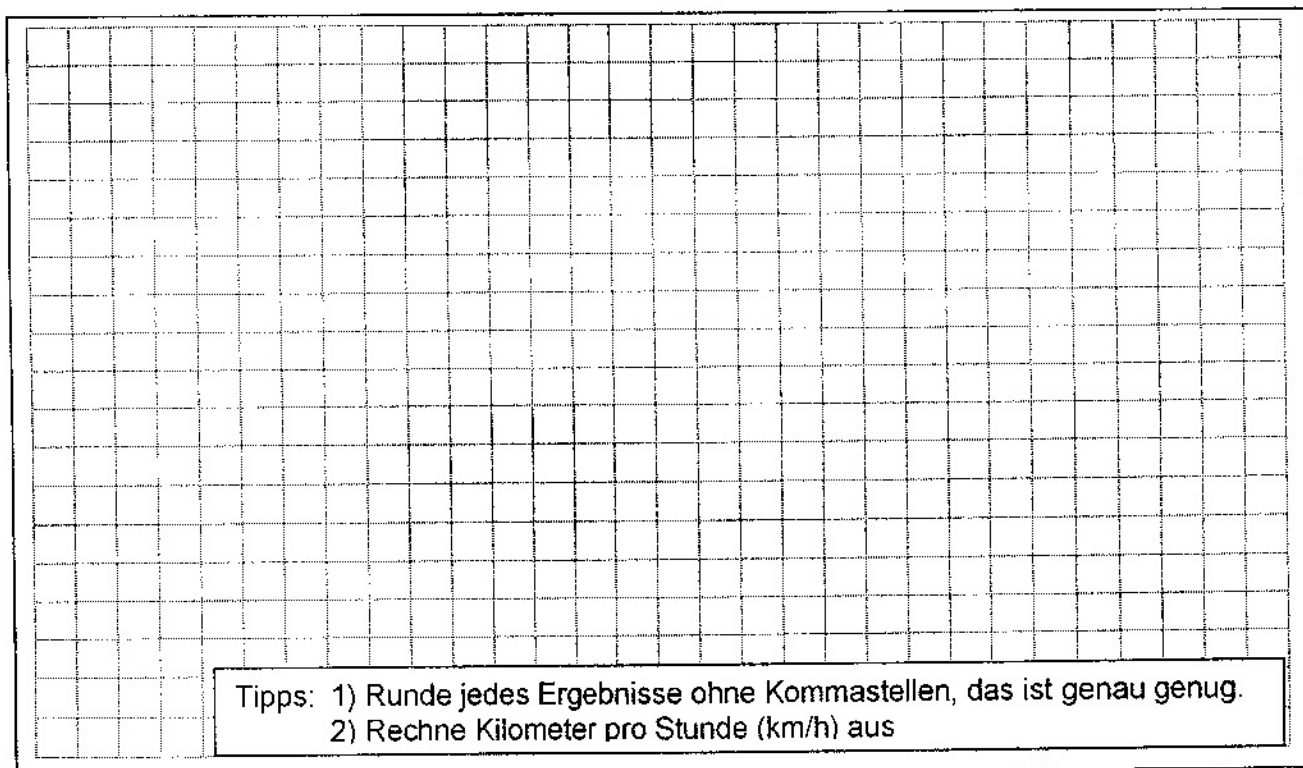
Welcher der beiden Staaten ist dichter besiedelt? (Einwohner je km^2)



Tipp:
Rechne zuerst mit grob gerundeten
Zahlen – der Unterschied ist groß genug!

3a

Die Erde dreht sich in 24 Stunden einmal um ihre eigene Achse. Am Äquator beträgt der Weg ca. 40.000 km. Wie schnell saust man dort eigentlich um die Erdachse ohne es zu merken?



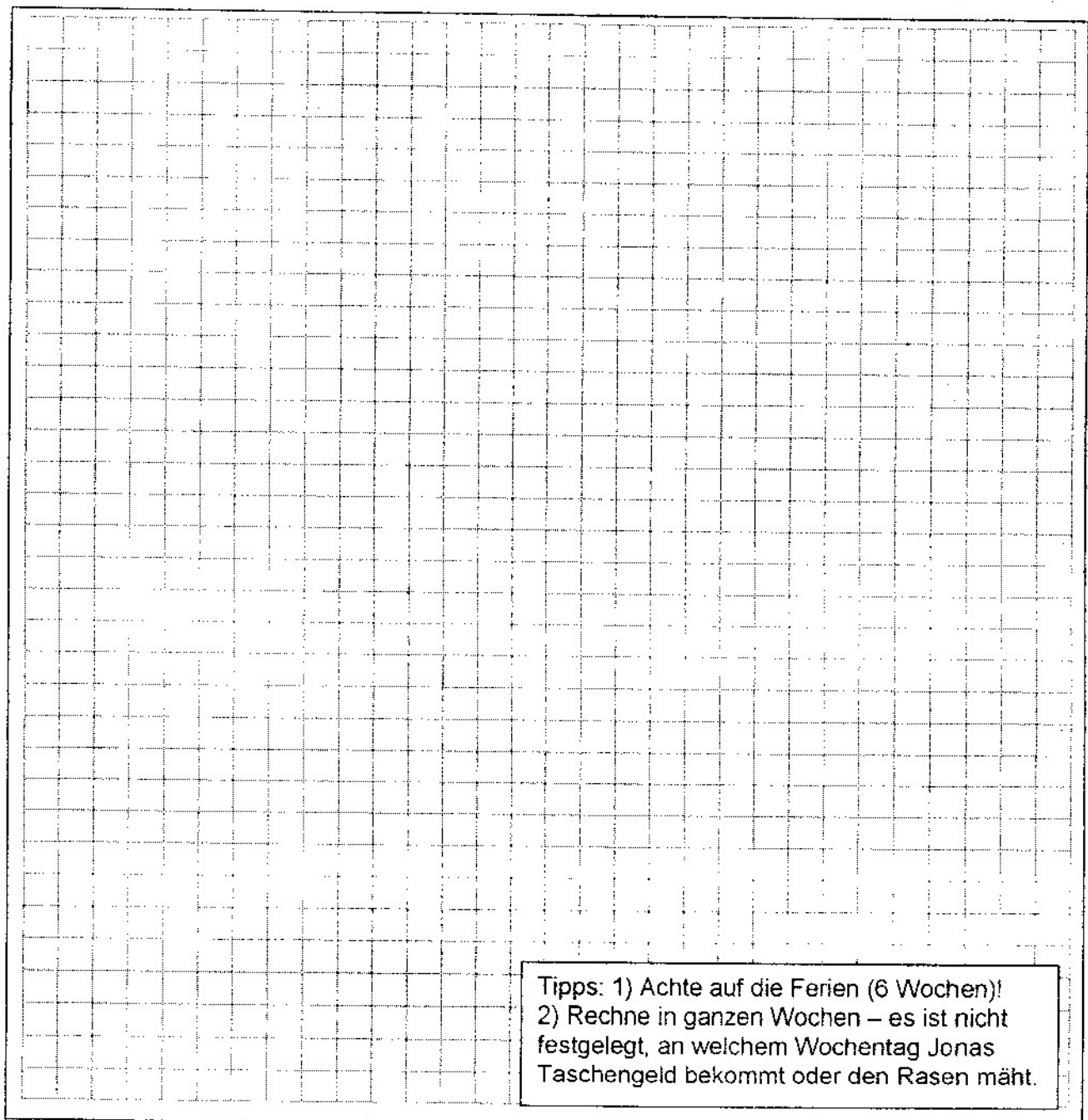
Tipps: 1) Runde jedes Ergebnisse ohne Kommastellen, das ist genau genug.
2) Rechne Kilometer pro Stunde (km/h) aus

Allerlei Rechnerei

1

Bald sind Sommerferien. Jonas möchte ein neues Fahrrad haben. Es kostet 225,- €. Wenn er sein altes verkauft, bekommt er von Tom dafür noch 75,- €. Er hat schon fleißig Taschengeld gespart, das sind bisher 32,50 €. Oma schenkt ihm 50,- €. Jonas bekommt jede Woche 4,- € Taschengeld. In fünf Wochen gibt es Zeugnisse, wenn er wieder so ein gutes bekommt, wie letztes Mal, gibt ihm seine Mutter bestimmt wieder 10,- €. Jede Woche schreiben sie in der Schule ein Diktat, eigentlich schreibt er immer eine 2, dafür gibt seine Mutter ihm 0,50 €. Wenn er jede Woche den Rasen mäht, bekommt er dafür von seinem Vater jedes Mal 1,- €.

Wann kann Jonas sich das Fahrrad kaufen?



Tipps: 1) Achte auf die Ferien (6 Wochen)!
2) Rechne in ganzen Wochen – es ist nicht festgelegt, an welchem Wochentag Jonas Taschengeld bekommt oder den Rasen mäht.

3 Lösungen:

(Q = Quersumme, N = Neunerrest)

	Q		N
	34	7 : 9 = 0 Rest	7
+	82	10 : 9 = 1 Rest	1
	Summe Neunerreste:		8
=	116	8 : 9 = 0 Rest	8

Die Rechnung ist richtig.

	Q		N
	778	22 : 9 = 2 Rest	4
-	136	10 : 9 = 1 Rest	1
	Differenz Neunerreste:		3
=	642	12 : 9 = 1 Rest	3

Die Rechnung ist ebenfalls richtig; .

	Q		N
	98	17 : 9 = 1 Rest	8
*	62	8 : 9 = 0 Rest	8
	Produkt Neunerreste:		64
	64	10 : 9 = 1 Rest	1
=	6066	18 : 9 = 2 Rest	0

Hier stimmt etwas nicht! (98 * 62 = 6076)

Den Fehler in der letzten Rechnung kann man leider nicht finden, weil nur die Zahlen verdreht sind: 23 + 46 = 69, nicht 96.

Die Quersummen sind aber gleich:

$$6 + 9 = 9 + 6$$