

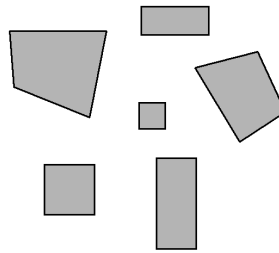
1 Vorschule

Aufgabe 107-11

In Opas Apfelkorb liegen 4 Äpfel. Jeder seiner 4 Enkel nimmt sich einen Apfel und trotzdem bleibt ein Apfel im Korb. Wie ist das möglich?

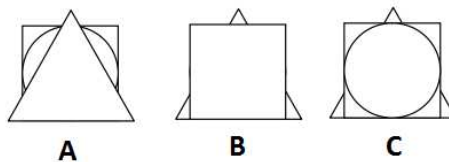
Aufgabe 107-12

Wie viele Quadrate zählst du in diesem Bild? Wie viele Rechtecke sind es? Wie viele Vierecke findest du?



Aufgabe 107-13

Erik, Finn und Leon haben 3 gleiche Quadrate, 3 gleiche Dreiecke und 3 gleiche Kreise. Erik legt zuerst das Dreieck, darauf das Quadrat und darauf den Kreis. Finn legt zuerst das Quadrat, darauf den Kreis und darauf das Dreieck. Leon legt zuerst das Dreieck, darauf den Kreis und ganz oben das Quadrat.



Welcher Junge legte welchen Stapel?

Aufgabe 107-14

Die Kinder der Marienkäfergruppe haben heute Tomaten in ihren Garten gepflanzt.

- 1) Justus hat 4 Tomaten gepflanzt.
- 2) Anton hat halb so viele Tomaten gepflanzt wie Torben.
- 3) Torben hat 2 Tomaten mehr gepflanzt als Justus.
- 4) Leon hat mehr Tomaten gepflanzt als Justus, aber weniger als Torben.

Wie viele Tomaten hat jeder Junge gepflanzt und wie viele sind es zusammen?

2 Klassen 1 und 2

Aufgabe 107-21

Herr Fischer, Herr Meier und Herr Lehmann sind fleißige Gärtner und ernteten in ihrem Garten einen riesigen Kürbis, eine riesige Gurke und eine Riesentomate. Jeder Gärtner erntete nur ein Gemüse. Als sie gefragt wurden, wer welches Gemüse geerntet hat, antworteten sie:

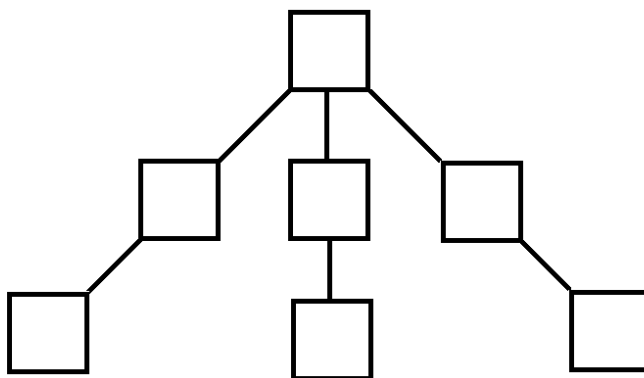
- (1) Herr Fischer: „Ich habe den Kürbis geerntet.“
- (2) Herr Meier: „Den Kürbis hat Herr Lehmann geerntet.“
- (3) Herr Lehmann: „Ich habe die Tomate geerntet.“

Es stellt sich heraus, dass einer der drei Herren gelogen hat, die beiden anderen aber die Wahrheit sagten.

Welcher Gärtner erntete welches Gemüse und warum?

Aufgabe 107-22

Trage in die Felder die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 7 so ein, dass die Summe der Zahlen in jeder der drei Reihen gleich ist.



Aufgabe 107-23

Marvin Freser, 6 Jahre, Klasse 2:

Lennart geht mit drei Freunden ins Kino. Der Eintritt kostet 6 € pro Person. Jeder kauft eine Cola für 1 € . Drei der Jungen kaufen Popcorn süß für je 80 ct, einer kauft Popcorn salzig für 1 € .

Wieviel Geld haben sie noch übrig, wenn Lennart zwei 20 € -Scheine eingesteckt hatte?

Aufgabe 107-24**Eva Würdinger, 9 Jahre, Klasse 4:**

Anna und Uli leben auf einem Bauernhof. Sie haben 24 Kühe, halb so viele Enten, 26 Schafe und Ziegen, davon 6 Zieglein und 4 Lämmer.

- a) Wie viele Enten sind es?
- b) Wie viele Tiere sind es?
- c) Wie viele Zieglein und Lämmer sind es zusammen?
- d) Wie viele Füße sind es (ohne Anna und Uli)?

Aufgabe 107-25

An die Stelle von \square gehört immer ein Rechenzeichen (+, −, ·, :). Finde heraus welches.

$$\begin{aligned} 3 \square 5 + 2 &= 10 \\ 23 \square 15 - 7 &= 1 \\ 9 \square 7 \square 2 &= 14 \\ 59 \square 32 \square 3 &= 30 \end{aligned}$$

Jetzt gehört an die Stelle von \square immer ein Vergleichszeichen (<, =, >). Finde heraus welches. Wenn du Klammern siehst (zum Beispiel $(2 + 4)$), musst du diese zuerst ausrechnen.

$$\begin{aligned} (73 - 25) : 6 \square 6 \\ 62 - (18 : 9) \square 60 \\ (2 + 4) \cdot 4 \square 24 \\ (8 \cdot 5) - 22 \square 16 \end{aligned}$$

Aufgabe 107-26

In einer ersten Klasse sind 25 Kinder, davon 2 Zwillingspärchen und einmal Drillinge. Die Zwillinge haben im Januar und Februar, die Drillinge im März Geburtstag. Alle anderen Kinder haben in den Monaten April bis Dezember Geburtstag und zwar jedes Kind an einem anderen Tag.

Wie viele Geburtstage werden in dieser Klasse gefeiert?

Aufgabe 107-27**Clara Köhnlein, 7 Jahre, Klasse 2:**

Clara bekommt jede Woche 2 Franken Taschengeld. Gerade hat sie 30 Franken.

- a) Wie lange muss sie noch sparen, damit sie 100 Franken hat?
- b) Wie lange muss Clara noch sparen, wenn ihr Tante Rosa zum Geburtstag 20 Franken schenkt und sie sich davon für 4 Franken Filzstifte kauft?

Aufgabe 107-28

Anna sagt: „Vorgestern war der Wochentag unmittelbar nach Samstag.“

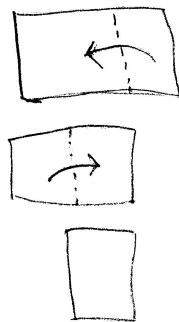
An welchem Wochentag sagt Anna das?

3 Klassen 3 und 4**Aufgabe 107-31****Philina Bürger, Klasse 2**

Heute habe ich überlegt wie Blätterteig hergestellt wird. Ich habe meinen Vater gefragt und der hat es mir erklärt. Er wird aus Teig hergestellt, der wird ausgerollt und zusammengeklappt, wieder ausgerollt, dann geklappt und immer so weiter. So entstehen die Schichten (Blätter).

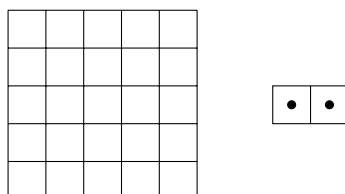
- a) Wie oft muss ich den einmal ausgerollten Teig in der Mitte zusammenklappen, damit ich 64 Schichten Teig habe?

- b) Ich kann auch anders klappen. Ich rolle den Teig aus und klappe von der einen Seite dann von der anderen Seite den Teig zusammen (Das nenne ich einmal klappen). Dann rolle ich ihn wieder aus und klappe noch mal von beiden Seiten den Teig zusammen und so weiter. Wie viele Schichten hat man nach viermaligem Klappen?

**Aufgabe 107-32****Daniel Lainer, Klasse 1**

In meinem Schrank lagen heute Abend 3 Spielsachen. Jemand hat jede Nacht immer wieder 2 neue Spielzeuge dazu gelegt. Ich habe keine Spielsachen herausgenommen.

Kann ich eines Tages 300 Spielzeuge in meinem Schrank vorfinden?

Aufgabe 107-33**Nikola Kostadinov, Klasse 2**

Das Piratenschachblatt ist ein Quadrat mit 5×5 Feldern. Kannst du es vollständig mit Dominosteinen bedecken? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 107-34

Das menschliche Herz schlägt in einer Minute ungefähr 70 Mal. Wie oft schlägt das Herz ungefähr an einem Tag?

Aufgabe 107-35

In einer Schachtel befinden sich 12 rote, 14 grüne und 20 blaue Kugeln. Alle Kugeln sind gleich groß und gleich schwer.

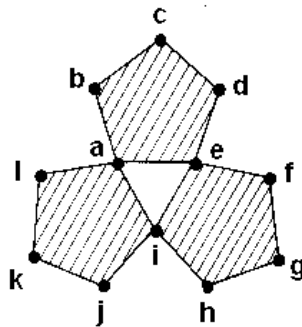
Wie viele Kugeln muss man der Schachtel mit geschlossenen Augen mindestens entnehmen, um mit Sicherheit von jeder Farbe eine Kugel dabei zu haben? Begründe deine Lösung!

Aufgabe 107-36

Wie viele Kinder sind in der Familie, wenn Lars doppelt so viele Brüder wie Schwestern hat, seine Schwester Rosi aber drei Brüder mehr als Schwestern hat?

Aufgabe 107-37

Ersetze die Buchstaben a bis l durch die Zahlen $1, 2, 3, \dots, 12$, so dass die Summe der Zahlen in jedem Fünfeck zunächst 28, dann 31, dann 34 und 37 beträgt!



Aufgabe 107-38**Kannst du dieses Quizz lösen?**

Hinweis: Mit „Zahl“ ist hier immer eine der Zahlen 0, 1, 2, 3 ... gemeint.

1)	Welche Zahl ergibt mit sich selbst multipliziert 1?	1	0	es gibt keine
2)	Wie heißt das Ergebnis der Subtraktion?	Minuend	Summe	Differenz
3)	In höchstens wievielen Punkten können sich 4 Geraden schneiden?	0	4	6
4)	Wenn man eine Zahl durch eine andere teilt, dann	addiert man	dividiert man	multipliziert man
5)	Wie viele cm entsprechen einem Kilometer?	100000	1000	10000
6)	Was ist am schwersten?	1 kg Stahl	1 kg Mehl	1 kg Federn
7)	Anton lief 100 m in 11,5 s. Das war 2 s langsamer als Ben. Wie schnell lief Ben?	9,5 s	13,5 s	10 s
8)	Wie heißt der Nachfolger von x	$x - 1$	$x - x$	$x + 1$
9)	Wie viele Dreiecke entstehen durch zwei Diagonalen im Rechteck?	4	6	8
10)	Wie viele Zahlen n erfüllen die Ungleichung $7 < 5 - n$	keine	unendlich viele	eine

4 Klassen 5 und 6**Aufgabe 107-41****Daniel Lainer, Klasse 1**

In meinem Förderheft gab es eine Aufgabe mit Streichholzdreiecken. Jedes Dreieck besteht aus 3 Streichhölzern. Aus diesen Dreiecken wurde folgende Reihe gebildet:



- a) Wie kann man die Anzahl der Streichhölzer in einem beliebigen Mitglied dieser Reihe berechnen?
- b) Wie viele Streichhölzer benötigt man für die 30-te Figur dieser Reihe?

Aufgabe 107-42**U. Warnecke**

Professor Glatzl und sein Mathe-Kollege Hilbi treffen sich nach längerer Zeit mal wieder auf dem Weg zur Universität.

Glatzl: Guten Tag, Herr Kollege! Wie geht es Ihnen?

Hilbi: Am liebsten gut. Und Ihnen?

Glatzl: Ich bin sehr glücklich. Sie wissen, dass ich inzwischen drei Kinder habe?

Hilbi: Glückwunsch! Und wie alt sind Ihre Kinder?

Glatzl: Das dürften Sie als Mathematiker leicht aus folgenden Angaben herausfinden. Das Produkt der Lebensalter meiner Kinder ist 36, die Summe der Lebensalter ist gleich der Hausnummer Ihres Institutsgebäudes.

Hilbi: Diese Angaben reichen mir aber noch nicht.

Glatzl: Sie haben recht; also teile ich Ihnen noch mit, dass mein ältestes Kind genau so aussieht wie ich.

Hilbi: Danke! Jetzt weiß ich, wie alt Ihre Kinder sind.

Nun – wie alt sind sie?

Aufgabe 107-43

Jemand sagt von sich, er habe $\frac{1}{4}$ seines Lebens als Kind, $\frac{1}{5}$ als Jugendlicher, $\frac{1}{3}$ als Mann verlebt und sehe sich nun seit 13 Jahren als Greis an. Wie alt war der Mann und warum?

Aufgabe 107-44

In einem Großraumbüro gibt es 7- Watt und 11- Watt- Energiesparlampen, insgesamt 16 Stück. Diese Lampen haben zusammen eine Leistung von 136 Watt.

Wie viele 7- Watt- Lampen und wie viele 11- Watt- Lampen sind es?

Aufgabe 107-45**Robin Köppe, 10 Jahre, Klasse 5:**

Leon kommt am letzten Schultag nach Hause. Er sagt zu seiner Mutter, er habe sein Zeugnis verloren. Allerdings wüsste er noch, dass bei seinen 5 Zensuren eine 3, eine 2 und zwei Einsen dabei sind.

Wie lautet die fünfte Note bei einem Notendurchschnitt von 1,8?

Aufgabe 107-46

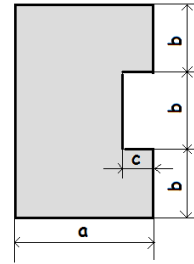
Welche natürlichen Zahlen x kann man in die folgenden drei Terme einsetzen, damit als Ergebnis wieder eine natürliche Zahl entsteht?

$$\text{a) } \frac{6}{x-1} \quad \text{b) } \frac{x}{x-1} \quad \text{c) } \frac{x}{x-4}$$

Aufgabe 107-47

Das Bild zeigt die 1275m^2 große Fläche eines Schulgartens, der mit Maschendraht eingezäunt werden soll. Wieviel laufende Meter Maschendraht sind anzuschaffen, wenn die Breite a des Schulgartens 30m beträgt und a sechsmal so lang ist wie die der Zeichnung zu entnehmende Strecke c ?

Hinweis: Wir nehmen an, dass der Schulgarten vollständig eingezäunt werden soll.

**Aufgabe 107-48**

In einem Dreieck ABC gelte $\alpha = 58^\circ$, und die Seite a sei größer als die Seite c . Ordne die drei Dreiecksseiten nach ihrer Größe, ohne das Dreieck zu konstruieren! Gib eine Begründung für dein Ergebnis an!

5 Klassen 7 und 8**Aufgabe 107-51**

Beweise, dass

$$n^2(3 + n^2)$$

für jede natürliche Zahl n durch 4 teilbar ist.

Aufgabe 107-52

In einem rechtwinkligen Dreieck $\triangle ABC$ seien D der Punkt auf der Hypotenuse AB , für den $|AD| = |AC|$ gilt und E der Punkt auf der Hypotenuse AB , für den $|BE| = |BC|$ gilt.

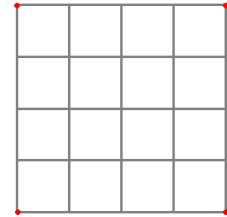
Man beweise, dass die Länge der Strecke DE gleich der Länge des Inkreisdurchmessers des Dreiecks $\triangle ABC$ ist

Aufgabe 107-53

Auf einer kreisförmigen Radrennbahn, deren Bahnlänge 300 m beträgt, trainieren zwei Rennfahrer. Beide fahren mit konstanten Geschwindigkeiten. Wenn sie in entgegengesetzten Richtungen fahren, dann treffen sie sich 15 s nach dem Start. Fahren hingegen beide in gleicher Richtung, dann überholt Fahrer A den Fahrer B das erste Mal nach 150 s . Es sind die Geschwindigkeiten beider Fahrer in $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ zu ermitteln!

Aufgabe 107-54

In diesem quadratischen Gitter sind die Eckpunkte eines Quadrats aus 16 Zellen markiert. Markiere genau 2 weitere Gitterpunkte im Inneren und verbinde die 6 markierten Punkte durch gerade Linien, so dass ein (nicht notwendig konvexes) Sechseck entsteht, dessen Flächeninhalt dem von 6 Quadratzellen entspricht.



Aufgabe 107-55

Das kleinste gemeinsame Vielfache zweier natürlicher Zahlen sei 96525, der größte gemeinsame Teiler dieser Zahlen sei 75. Wenn bekannt ist, dass eine der beiden Zahlen 7425 ist, kann man dann die zweite dieser beiden Zahlen eindeutig bestimmen? Wenn ja, wie lautet sie?

Aufgabe 107-56

Ist es möglich, in einer Ebene 2007 Geraden so zu zeichnen, dass jede von ihnen genau 2000 von ihnen schneidet?

6 Klassen 9 bis 13

Aufgabe 107-61

U.Wilrett

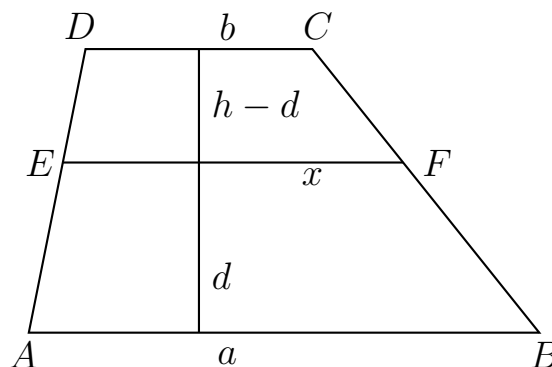
Man bestimme alle Paare natürlicher Zahlen x, y für die gilt

$$1! + 2! + \dots + x! = 1^3 + 2^3 + \dots + y^3$$

Hinweis: $x!$ ist die Abkürzung für das Produkt der Zahlen von 1 bis x , also $x! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot x$.

Aufgabe 107-62

In einem Trapez $ABCD$, von dem die Grundseiten $AB = a = 9\text{cm}$, $CD = b = 4\text{cm}$ und die Höhe $h = 5\text{cm}$ gegeben sind, ist zu der Seite AB im Abstand d die Parallele gezogen, die die Seiten AD und BC des Trapezes in den Punkten E und F schneidet (vgl. Abb.)



1. Die Länge x der Strecke EF ist als Funktion des Abstandes d und umgekehrt der Abstand d als Funktion der Länge x darzustellen.

2. Der Abstand d ist allgemein und numerisch zu berechnen, wenn die Länge x gleich dem

a) arithmetischen c) harmonischen
b) geometrischen d) quadratischen

Mittel der Längen der beiden Grundseiten ist. Dabei versteht man unter dem quadratischen Mittel der Zahlen a und b die Zahl

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

Aufgabe 107-63

Es seien

$$s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

die Summe von n positiven reellen Zahlen ($n \geq 2$) und

$$\bar{s}_n = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$$

die Summe der reziproken Zahlen dieser Werte.

Man beweise, dass dann stets

$$s_n \cdot \bar{s}_n \geq n^2$$

gilt.

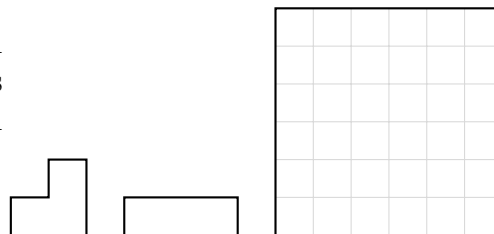
Aufgabe 107-64

Finde eine Zahl p für die p , $p + 10$ und $p + 14$ Primzahlen sind.

Aufgabe 107-65

Ein 6×6 - Quadrat soll vollständig mit 12 Teilen bedeckt werden, von denen genau k die Form eines Winkels und $12 - k$ die Form eines Rechtecks haben (siehe Zeichnung).

Für welche k ist dies möglich?



Aufgabe 107-66

Auf dem Intervall $0 \leq x \leq 1$ sei eine Funktion f definiert. Es sei bekannt, dass f nicht-negativ ist und $f(1) = 1$ gilt. Weiter gelte für alle $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ mit $x_1 + x_2 \leq 1$ die Ungleichung

$$f(x_1 + x_2) \geq f(x_1) + f(x_2)$$

- a) Man zeige, dass für alle $0 \leq x \leq 1$ die Ungleichung $f(x) \leq 2x$ gilt.
- b) Gilt auch $f(x) \leq 1.9x \forall x : 0 \leq x \leq 1$?

Quellennachweis:

- Aufgabe 107-23:** Marvin Freser, 6 Jahre, Klasse 2
Aufgabe 107-24: Eva Würdinger, 9 Jahre, Klasse 4
Aufgabe 107-27: Clara Köhnlein, 7 Jahre, Klasse 2
Aufgabe 107-31: Philina Bürger, 7 Jahre, Klasse 2
Aufgabe 107-32: Daniel Lainer, 6 Jahre, Klasse 1
Aufgabe 107-33: Nikola Kostadinov, 7 Jahre, Klasse 2
Aufgabe 107-35: alpha(3)1969
Aufgabe 107-37: alpha(2)1982
Aufgabe 107-41: Daniel Lainer, 6 Jahre, Klasse 1
Aufgabe 107-42: Ulrich Warnecke, Münster
Aufgabe 107-43: Rechenscherze, Zahlenkunststücke und Geometrisches für jung und alt, S.11
Aufgabe 107-45: Robin Köppe, 10 Jahre, Klasse 5
Aufgabe 107-46: alpha(5)1984
Aufgabe 107-47: alpha(2)1981
Aufgabe 107-48: alpha(2)1976
Aufgabe 107-53: alpha(5)1971
Aufgabe 107-54: Mathefest (Russland)(74)2007
Aufgabe 107-61: Ursel Willrett
Aufgabe 107-62: alpha(6)1971
Aufgabe 107-63: alpha(6)1971
Aufgabe 107-64: Kiewer Matheolympiaden 9-10, S.70
Aufgabe 107-65: kvant(10)1974
Aufgabe 107-66: kvant(3)1975
Rest: Heike Winkelvoß