

## 1 Vorschule

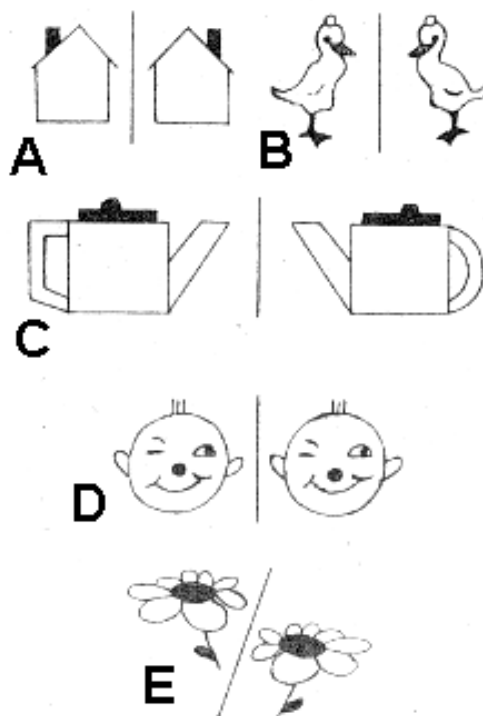
### Aufgabe 113-11

**Anne Pollandt, 8 Jahre, Klasse 3:**

Jonas hat 3 Bücher. 15 Bücher bekommt er dazu. Wie viele Bücher hat er jetzt?

### Aufgabe 113-12

In welchen Beispielen ist die eine Figur nicht das Spiegelbild der anderen?



### Aufgabe 113-13

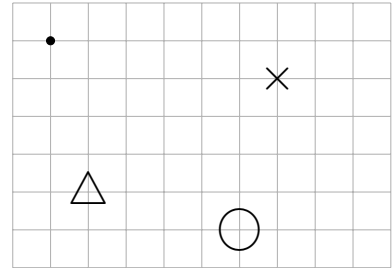
Bill faltet ein quadratisches Blatt Papier in der Mitte. Dann schneidet er es schräg von einer Ecke zur anderen durch. Male, welche Figuren Bill erhält.



### Aufgabe 113-14

Eine Ameise läuft entlang der Gitterlinien. Sie startet beim schwarzen Punkt und läuft so:

→ → ↓ → ↓ ← ← ↓ ↓



Bei welchem Symbol kommt die Ameise an?

Suche dir eines der beiden anderen Symbole aus, schreibe auf, welches du dir ausgesucht hast, und schreibe einen Weg der Ameise vom schwarzen Punkt bis zu diesem Symbol mit Pfeilen auf.



**Aufgabe 113-23**

Anna ist 10 Jahre alt, ihre Mutter 34. In wie vielen Jahren wird Anna genau halb so alt sein, wie ihre Mutter?

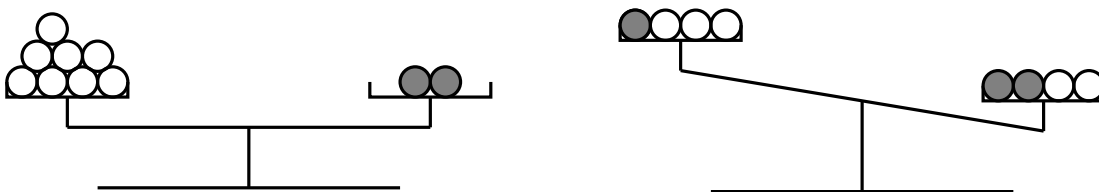
**Aufgabe 113-24**

Beim Osterausflug kaufen die Eltern für sich und ihre 4 Kinder Eis. Es gibt nur 3 Sorten Eis. Jeder wählt 2 Kugeln Eis.

Ist es möglich, dass dabei jeder ein anderes Eis erhält? Wenn ja, dann gib eine Möglichkeit an.

**Aufgabe 113-25**

Alle grauen Kugeln sind gleich schwer. Alle weißen Kugeln sind gleich schwer. Die Waage links ist im Gleichgewicht.



Wie viele weiße Kugeln muss man noch auf die obere Schale der rechten Waage legen, damit sie auch im Gleichgewicht ist?

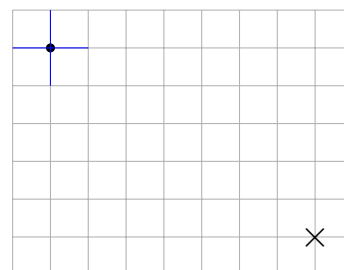
**Aufgabe 113-26**

Für den Winter kauft Sascha Mütze, Schal und Handschuhe. Mütze und Schal kosten zusammen 16€ . Mütze und Handschuhe kosten zusammen 20€ . Schal und Handschuhe kosten zusammen 12€ .

Wieviel € bezahlt Sascha?

### Aufgabe 113-27

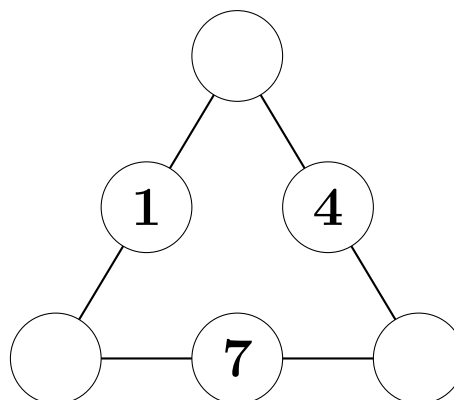
Kim malt eine Schatzkarte. Start ist beim schwarzen Punkt, Ziel ist das Kreuz. Der Weg soll immer entlang der Linien führen. Kim zählt die Anzahl der Schritte, die sie macht. Ein Schritt geht dabei von einem Gitterpunkt bis zum nächsten benachbarten Gitterpunkt. Vom Startpunkt ist der mögliche erste Schritt blau markiert.



Immer nach 2 oder 3 Schritten dreht sie sich nach rechts oder links und läuft in einer anderen Richtung weiter. Auf dem ganzen Weg zum Kreuz überquert sie keinen Punkt zweimal. Das schreibt Kim auf: 2, 2, 2, 2, 3, 3, 2. Zeichne einen möglichen Weg Kims zum Schatz.

### Aufgabe 113-28

Schreibe in jeden leeren Kreis genau eine Ziffer (0, 2, 3, 5, 6, 8, 9), so dass die Summe auf jeder Dreieckseite gleich 10 ist und keine Ziffer mehr als einmal auftritt.



## 3 Klassen 3 und 4

### Aufgabe 113-31

2018 fielen der 1. Januar und der 31. Dezember auf den gleichen Wochentag.

In welchen Jahren ist es nicht der Fall, dass der 1. Januar und der 31. Dezember auf den gleichen Wochentag fallen? Finde eine Regel und entscheide, ob nach dieser Regel 2019 der 1. Januar und der 31. Dezember auf den gleichen Wochentag fallen.

### Aufgabe 113-32

Peter sagt zu seinem Freund: „Nimm in eine Hand eine gerade, in die andere Hand eine ungerade Anzahl Streichhölzer! Verdoppele in Gedanken die Anzahl in der linken Hand, verdreifache die Anzahl in der rechten Hand, addiere Beides und nenne mir das Ergebnis! Ich werde dir dann sagen, in welcher Hand du die gerade Anzahl hast!“

Wie macht Peter das?

**Aufgabe 113-33**

Ein Hund läuft einem Hasen nach. Der Hase ist 150 Fuß (alte Längeneinheit) voraus. Der Hase macht 7 Fuß weite Sprünge, während der Hund 9 Fuß weite Sprünge macht. Nach wie vielen Sprüngen holt der Hund den Hasen ein?

**Aufgabe 113-34**

Welche Zahlen können an Stelle des Quadrats stehen, so dass beide Ungleichungen gelten?

$$41 < 7 \cdot \square < 63$$

**Aufgabe 113-35**

In einer 3. Klasse gehen 13 Schüler in die AG Mathematik und 15 Schüler gehen in den Schulchor. 9 Schüler gehen sowohl in die AG Mathematik als auch in den Schulchor. 7 Schüler gehen weder in die AG Mathematik noch in den Schulchor. Wie viele Schüler gehen in diese Klasse?

**Aufgabe 113-36**

Ein Betrag von 300 € wird mit Geldscheinen zu 20 € und 50 € bezahlt. Es waren zusammen genau 9 Scheine. Wieviel Scheine von jeder Art waren es? Untersuche, ob es mehr als eine Lösung gibt und begründe deine Aussage.

**Aufgabe 113-37**

2019 sind es vom 27. Februar bis zu meinem Geburtstag noch so viele Tage, wie volle Monate seit meinem letzten Geburtstag vergangen sind. Wann habe ich Geburtstag?

**Aufgabe 113-38**

Auf der Straße stehen Anja, Walja, Galja und Nadja in einem Kreis und unterhalten sich miteinander. Das Mädchen mit dem grünen Kleid (nicht Anja und nicht Walja) steht zwischen dem Mädchen mit dem hellblauen Kleid und Nadja. Das Mädchen mit dem weißen Kleid steht zwischen dem Mädchen mit dem rosa Kleid und Walja.

Welche Farbe hat das Kleid jedes der vier Mädchen?

Beschreibe, wie du die Lösung gefunden hast.

## 4 Klassen 5 und 6

### Aufgabe 113-41

$A \in \{1, \dots, 9\}$  und  $K \in \{1, \dots, 9\}$  sind verschiedene Ziffern. Bestimme  $A$  und  $K$ , wenn

$$***** K \cdot K = AAAAAAAAAA$$

gilt, wobei je ein  $*$  für eine Ziffer aus  $\{0, \dots, 9\}$  steht.

### Aufgabe 113-42

An einer Lichtung in einem Wald gibt es 10 Quellen. Die Quellen haben keinen Namen, sondern eine Nummer, die auf einem kleinen Schild neben jeder Quelle steht: Nummer 1 bis Nummer 10. Es ist unmöglich, das Wasser dieser Quellen irgendwie zu unterscheiden. Aus den Quellen 1 bis 9 kann jeder Bewohner der Waldes Wasser entnehmen, aus Quelle 10 nur ein böser Zauberer. Die Quellen haben ein Geheimnis: trinkt man aus einer Quelle so stirbt man, es sei denn man trinkt danach sofort Wasser aus einer Quelle mit einer größeren Nummer. Trinkt man zum Beispiel aus der Quelle 7, so ist man gerettet, wenn man danach sofort Wasser aus den Quellen 8, 9 oder 10 trinkt. Nur wenn man direkt aus Quelle 10 trinkt, ist man verloren.

Eines Tages ging der tapfere Iwan zum bösen Zauberer und sprach: „Ich fordere dich zum Duell. Wenn ich überlebe, verlässt du unseren Wald und kehrst nie mehr hierher zurück. Wenn ich sterbe, darfst du für immer über uns herrschen. Wir treffen uns morgen bei Sonnenaufgang auf der Lichtung. Jeder von uns beiden bringt nichts anderes mit als einen Becher mit Wasser aus einer der 10 Quellen. Wir tauschen die Becher und trinken gleichzeitig den Becher des anderen in einem Zuge leer.“ „Ha!“ , denkt sich da der Zauberer. Das wird ein leichter Sieg. „Natürlich nehme ich Wasser aus der Quelle 10. Wenn Iwan das getrunken hat, kann ihn nichts mehr retten. Ich selbst aber gehe zu Quelle 10 und trinke von deren Wasser, nachdem ich Iwans Becher geleert habe.“

Beschreibe ein Szenario, in dem Iwan das Duell überlebt.

### Aufgabe 113-43

Anna, Bea und Clara aßen gemeinsam Kekse. Anna und Bea aßen zusammen 11 Kekse. Bea und Clara aßen zusammen 15 Kekse. Anna und Clara aßen zusammen 14 Kekse.

Wie viele Kekse aß jedes Mädchen?

### Aufgabe 113-44

In einem Osterkorb befanden sich blau und rot gefärbte Eier. Robin entnahm diesem Korb 6 Ostereier. Danach enthielt der Korb zehn rote Eier mehr als blaue. Robin meinte, im Korb hätten ursprünglich 29 Ostereier gelegen. Anna hingegen behauptete, das könne nicht stimmen.

Wer von den Beiden hat recht und warum?

**Aufgabe 113-45**

Bilde aus den Ziffern 1, 2, 3, 4 und 5 eine dreistellige und eine zweistellige Zahl, so dass die dreistellige Zahl durch die zweistellige Zahl teilbar ist.

**Aufgabe 113-46**

Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck  $\triangle ABC$  mit  $\overline{AC} = \overline{BC}$ , bei dem die Länge eines Schenkels 6 cm, die Summe aus den Größen eines Basiswinkels und des Winkels an der Spitze  $110^\circ$  beträgt! Die Konstruktion ist zu begründen.

*Bemerkung:* Die Aufgabe beinhaltet außerdem zu beschreiben, wie das Dreieck konstruiert wird.

**Aufgabe 113-47**

Maik soll eine einstellige natürliche Zahl erraten. Regina und Klaus machen jeder über diese Zahl zwei Aussagen, von denen eine wahr, die andere falsch ist.

Regina:

- (1) Die Zahl ist nicht kleiner als 5.
- (2) Sie ist nicht durch 4 teilbar.

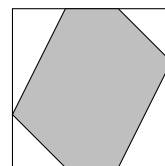
Klaus:

- (1) Die Zahl ist größer als 8.
- (2) Sie ist Nachfolger von 7.

Wie heißt die zu erratende Zahl? Begründe deine Behauptung!

**Aufgabe 113-48**

Der Flächeninhalt des abgebildeten Quadrates betrage  $144 \text{ cm}^2$ . Jede Seite des Quadrats ist in 3 gleichlange Strecken unterteilt. Die Eckpunkte der grau dargestellten Fläche liegen auf solchen Teilungspunkten der Quadratseiten.



Welchen Flächeninhalt besitzt das grau dargestellte Rechteck?



## 5 Klassen 7 und 8

### Aufgabe 113-51

Ermittle die Summe aller durch 7 teilbaren natürlichen Zahlen, die kleiner als 2019 sind.

### Aufgabe 113-52

Was kann man über drei Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  in einer Ebene aussagen, wenn bekannt ist, dass für jeden beliebigen Punkt  $M$  dieser Ebene der Abstand  $AM$  kleiner als mindestens einer der beiden Abstände  $BM$  oder  $CM$  ist?

### Aufgabe 113-53

In einer Reihe stehen 15 Drachen. Bei benachbarten Drachen unterscheidet sich die Anzahl der Köpfe genau um 1. Wenn ein Drache mehr Köpfe hat, als seine zwei Nachbarn, ist er listig. Hat er weniger Köpfe als seine zwei Nachbarn, ist er stark. Alle anderen Drachen, einschließlich der beiden am Rand, sind gewöhnlich.

In der Reihe stehen genau 4 listige Drachen mit je 4, 6, 7 und 7 Köpfen sowie genau 3 starke Drachen mit je 3, 3 und 6 Köpfen. Die beiden Drachen am Rand haben die gleiche Anzahl Köpfe.

- Gib ein Beispiel für die Aufstellung der Drachen an.
- Zeige, dass bei jeder möglichen Aufstellung der Drachen die Anzahl der Köpfe des ersten Drachen konstant bleibt.

### Aufgabe 113-54

Gegeben sei die (arithmetische) Zahlenfolge  $0, 5, 10, 15, 20, \dots$

Die wievielte Zahl der gegebenen Folge ist die kleinste, deren Quersumme 45 ist?

Ergänzung: Man bestimme die kleinste Zahl der Folge, deren Quersumme 27 beträgt, und die durch 36 teilbar ist.

### Aufgabe 113-55

Es seien  $a \geq 2$  und  $b \geq 2$  beliebige nicht notwendig ganze Zahlen. Jana behauptet: „Dann ist die Ungleichung

$$a + b \leq a \cdot b$$

immer wahr.“ Carola ergänzt: „Das Gleichheitszeichen gilt nur dann, wenn  $a = b = 2$  ist.“

Stimmt das? Wenn ja, beweise es, wenn nicht, widerlege es.

**Aufgabe 113-56**

Vier Jungen mit den Vornamen Anton, Bernd, Conrad und David wollten bunte Ostereier kaufen. Die Art ihrer Bestellung war etwas ungewöhnlich; fast wäre die Verkäuferin deswegen in Verlegenheit geraten. Bernd sagte nämlich, er wolle ein Viertel der von allen vier Jungen zusammen gekauften Ostereier kaufen. Conrad meinte, dass er zwei weniger als ein Drittel der von allen zusammen gewünschten Ostereier kaufen wolle, während Anton sechs weniger als die Hälfte all dieser Ostereier verlangte. David dagegen wollte drei mehr als die Hälfte der von Bernd gekauften Ostereier.

Die Verkäuferin überlegte, rechnete und übergab kurz darauf jedem der vier Jungen die jeweils gewünschte Anzahl bunter Ostereier. Wie viele Ostereier kaufte jeder der vier Jungen?

**6 Klassen 9 bis 13****Aufgabe 113-61**

Es seien  $x_1, x_2, \dots, x_n$  die ersten  $n$  Elemente einer arithmetischen Folge. Berechne die Summe

$$S_n = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$$

**Aufgabe 113-62**

**Ursel Willrett:**

Einer halbkreisförmige Scheibe mit dem Durchmesser  $a$  ist ein Trapez mit der Grundseite  $a$  einzubeschreiben, das einen Inkreis besitzt. Man berechne die andere Grundseite und konstruiere sie.

**Aufgabe 113-63**

**U. Warnecke, Münster**

Man ermittle alle ganzzahligen Lösungen der Gleichung

$$x^3 = y^2 + 2$$

**Aufgabe 113-64**

Mitja addierte alle ungeraden nichtnegativen Teiler einer geraden natürlichen Zahl  $N$  einschließlich der 1. Wanja addierte alle geraden nichtnegativen Teiler dieser Zahl  $N$  einschließlich  $N$  selbst. Anschließend multiplizierten sie beide Summen.

Kann das Produkt eine Quadratzahl sein?

**Quellennachweis:**

- Aufgabe 113-11:** Anne Pollandt, 8 Jahre, Klasse 3  
**Aufgabe 113-12:** alpha(2)1976  
**Aufgabe 113-13:** Wettbewerb Meere und Wellen Russland(1)2012  
**Aufgabe 113-21:** Philina Bürger, 9 Jahre, Klasse 4  
**Aufgabe 113-27:** Wettbewerb Meere und Wellen Russland(2)2012  
**Aufgabe 113-28:** Herbstmathematikolympiade Russland(2)2017  
**Aufgabe 113-32:** alpha(3)1969  
**Aufgabe 113-33:** Johannes Lehmann: 2 mal 3 plus Spass dabei, S.133  
**Aufgabe 113-35:** 16 Aufgabenblaetter fuer Klasse 3(5)11  
**Aufgabe 113-38:** kvant(2)1980  
**Aufgabe 113-41:** kvant(2)1984  
**Aufgabe 113-42:** Geschichten und Tipps, S.4  
**Aufgabe 113-44:** alpha(2)1989  
**Aufgabe 113-45:** Mathefest (Russland)(2016)6  
**Aufgabe 113-46:** alpha(6)1980  
**Aufgabe 113-47:** alpha(2)1984  
**Aufgabe 113-48:** alpha(6)1989  
**Aufgabe 113-52:** kvant(2)1984  
**Aufgabe 113-53:** Mathefest (Russland)(2016)7  
**Aufgabe 113-54:** alpha(5)1982  
**Aufgabe 113-61:** alpha(4)1967  
**Aufgabe 113-62:** Ursel Willrett  
**Aufgabe 113-63:** Ulrich Warnecke  
**Aufgabe 113-64:** Kurtschatowolympiade Runde 2(10)2015  
**Rest:** Heike Winkelvoß