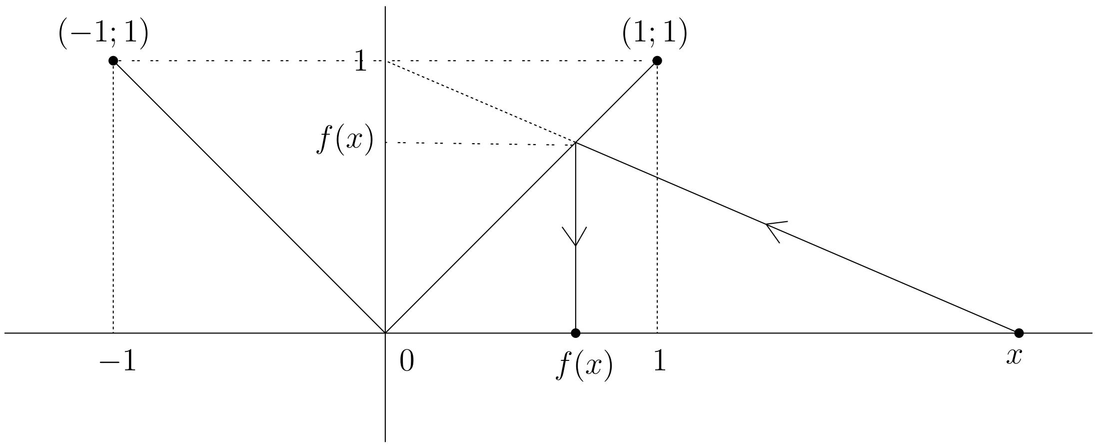
# Einführung von $\infty$ und $-\infty$



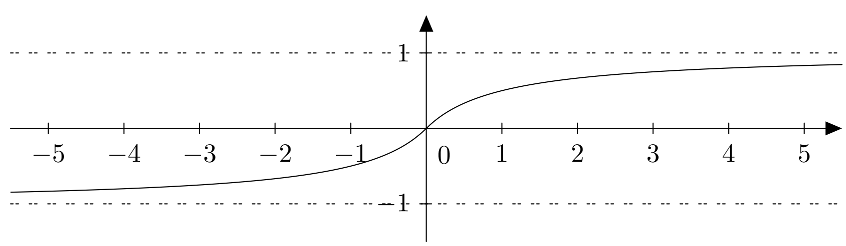

Aus der obigen Figur liest man ab:

1. Für $x > 0$ gilt $\dfrac{x - f(x)}{x} = \dfrac{f(x)}{1}$, d. h. $f(x) = \dfrac{x}{1+x}$ für alle $x \in \mathbb{R}_0^+$;

2. für $x < 0$ gilt $-x > 0$, so dass $\dfrac{-x - f(-x)}{-x} = \dfrac{f(-x)}{1}$, d. h. $f(x) = \dfrac{x}{1-x}$ für alle $x \in \mathbb{R}^-$.

Beides zusammen einschließlich des Falles $x = 0$ liefert die Funktion

$$f = \left(x \mapsto \frac{x}{1+|x|}\right) \text{ mit } D_f = \mathbb{R} \text{ und } f(D_f) = ]-1;1[.$$




Die Umkehrfunktion ist

$$\overset{-1}{f} = \left(x \mapsto \frac{x}{1-|x|}\right)\Big|\, ]-1;1[ \text{ mit } D_{\overset{-1}{f}} = ]-1;1[ \text{ und } \overset{-1}{f}\,(D_{\overset{-1}{f}}) = \mathbb{R}.$$

$f$ zieht als Abbildung die reelle Zahlengerade auf das *offene* Intervall $]-1;1[$ zusammen; $\overset{-1}{f}$ bewirkt das Umgekehrte. Es erscheint nun wünschenswert, $\overset{-1}{f}$ auf das *abgeschlossene* Intervall $[-1;1]$ fortzusetzen durch

$$\overset{-1}{f}\,(-1) = -\infty \quad \text{und} \quad \overset{-1}{f}\,(1) = \infty.$$

Dabei wird festgesetzt

$$\bigwedge_{x\in\mathbb{R}} -\infty < x \quad \text{und} \quad \bigwedge_{x\in\mathbb{R}} x < \infty.$$

Jedoch bleiben $\infty$ und $-\infty$ als Argumentwert bei Rechenoperationen ausgeschlossen!