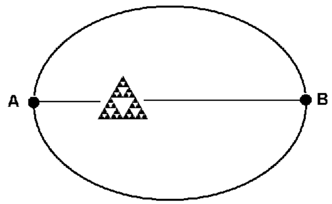

Mathe für jung und alt

K n o b e l k a r t e i

3

Klassen 5 und 6



Sammlung mathematischer Aufgaben

Heike Winkelvoß

Sommer 2004

Lizenz - Weiterverwendung der Inhalte

Die Inhalte dieser Broschüre unterliegen der Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Unported Lizenz.

(siehe http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/)

Dies bedeutet, dass eine kostenlose, auch kommerzielle Nutzung unter folgenden Bedingungen möglich ist:

Online-Medien: Als Urheberin wird Heike Winkelvoß genannt. Es wird der Lizenztext verlinkt. Alternativ darf als Vereinfachung auch ein Link auf die Homepage

http://www.egladil.de/mathe/mathehome.html gesetzt werden.

Print-Medien: Als Urheberin wird Heike Winkelvoß genannt. Ein Hinweis auf die Freigabe unter der CC-Lizenz wird hinzugefügt. Falls dies aus Platzgründen nicht möglich ist, nehmen Sie bitte vorher Kontakt mit mir auf.

Wenn das Material verändert oder als Grundlage eigener Werke verwendet wird, dürfen daraus entstandene Werke nur zu den gleichen oder vergleichbaren Lizenzbedingungen weitergegeben werden. Wenn Sie die Inhalte in größerem Maßstab nutzen, würde ich mich über eine Rückmeldung freuen.

Namensnennung: Die Nennung des Autorennamens hat in folgender Form am Ende oder zu Beginn des veränderten oder an anderer Stelle publizierten Dokumentes in sichtbarer Form zu erfolgen:

Dr. Heike Winkelvoß (http://www.edgladil.de)

Vorbemerkung

Die Aufgaben sind den Serien 1 bis 26 der Internet- Mathe- AG „Mathe für jung und alt“ entnommen, an der sich mathematisch besonders begabte und interessierte Kinder beteiligen. Hierauf bezieht sich die Einstufung Klassen 5 und 6.

Um Konflikten mit der Schule vorzubeugen, handelt es sich um anspruchsvolle Knobelaufgaben, wie sie beispielsweise in Mathematikwettbewerben vorkommen. Diese Art Aufgaben werden im Mathematikunterricht normalerweise nur am Rande gestellt.

Weitere Aufgaben und Informationen findet man unter

www.egladil.de

Im Gegenzug für die kostenfreie Überlassung der Aufgaben bitte ich um Rückmeldungen aller Art, insbesondere um Anregungen zur Verbesserung des Materials.

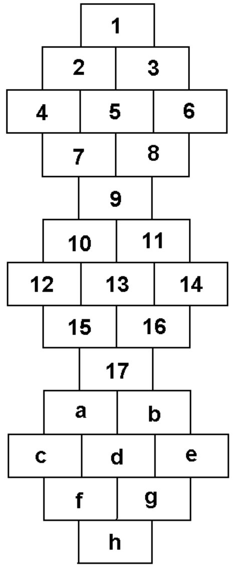
Dr. Heike Winkelvoß
Schultheißweg 25
55252 Mainz- Kastel

e-mail: mathe@egladil.de
homepage: www.egladil.de

Mainz- Kastel, im Sommer 2004

Aufgabe ■ A1 ■

Fabian hat sich ein Zahlenmuster ausgedacht:



a) Wie geht das Muster weiter? Schreibe die Zahlen auf, die anstelle der Kleinbuchstaben stehen müssen.

a =

b =

c =

d =

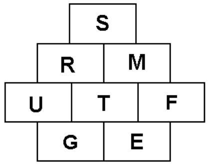
e =

f =

g =

h =

b) An welcher Position im Muster müssen dann folgende Zahlen stehen? Schreibe den passenden Großbuchstaben daneben:



27 :

44 :

201 :

2541 :

100000 :

1000002 :

Aufgabe ■ A2 ■

Bestimme diejenige zweistellige natürliche Zahl, deren Quersumme 13 ist und bei der die Differenz aus der ursprünglichen Zahl und der Zahl, die man durch Vertauschen der beiden Ziffern erhält, auf 7 endet.

Aufgabe ■ A3 ■

Axel, Bernd, Erik und Felix haben einen Korb Äpfel gepflückt. Axel nahm sich den vierten Teil der Anzahl der Äpfel im Korb, Bernd erhielt zwei weniger als ein Drittel, Erik sechs weniger als die Hälfte und Felix drei Äpfel mehr als die Hälfte der Äpfel, die Axel erhalten hatte.

Wie viele Äpfel erhielt jeder der 4 Jungen?

Aufgabe ■ A4 ■

In dem Schema

$$\begin{array}{cccccc} & V & I & E & R \\ + & V & I & E & R \\ \hline = & A & C & H & T \end{array}$$

sind die Buchstaben so durch Grundziffern zu ersetzen, dass man eine richtig gelöste Additionsaufgabe erhält, deren Summe möglichst groß ist. Gleiche Buchstaben bedeuten dabei gleiche Grundziffern, verschiedene Buchstaben, verschiedene Grundziffern.

Aufgabe ■ A5 ■

Zerlege 200 in zwei ganzzahlige Summanden > 0, so dass der eine durch 13, der andere durch 19 teilbar ist! Gibt es mehr als eine Lösung?

Aufgabe ■ A6 ■

Die Zahl 45 ist in 4 Summanden zu zerlegen, so dass man dieselbe Zahl erhält, wenn man zum ersten Summanden 2 addiert, vom zweiten Summanden 2 subtrahiert, den dritten Summanden mit 2 multipliziert und den vierten Summanden durch 2 dividiert.

Aufgabe ■ A7 ■

Ein Esel und ein Maultier waren mit Wein beladen. Der Esel beklagte sich über die Schwere seiner Last. Das Maultier sagte: Du hast keinen Grund zu klagen. Wenn von deiner Last ein Maß zu meiner kommt, habe ich doppelt so viel wie du. Kommt aber von meiner Last ein Maß zu deiner, so haben wir gleich viel. Wie viele Maß Wein hatte jeder zu tragen? Lösung begründen!

Aufgabe ■ A8 ■

Einem Kaufmann fiel aus Versehen ein Gewicht von 40 kg auf den Boden und zersprang dabei in 4 Stücke. Indem er jedes der 4 Stücke wog, stellte er fest, dass das sie alle ein ganzzahliges Gewicht hatten. Weiter entdeckte er, dass man mit diesen 4 Stücken jede beliebige Kilogrammzahl von 1 bis 40 abwägen konnte.

Wie viele Kilogramm wog jedes einzelne Stück und wie kann man die damit alle ganzzahligen Massen von 1 bis 40 abwägen?

Aufgabe ■ A9 ■

Drei Turmuhren schlagen gleichzeitig 12. Die eine Uhr geht richtig, die zweite Uhr geht jeden Tag 10 Minuten vor, die dritte Uhr geht täglich 12 Minuten nach.

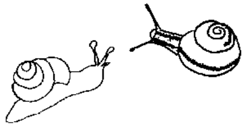
Nach Verlauf von wieviel Tagen werden die 3 Uhren wieder gleichzeitig 12 schlagen?

Aufgabe ■ A10 ■

Ein König hinterließ seinem zweiten Sohne 5000000 Mark. Der Prinz, der schon sehr reich war und sich langweilte, beschloss, dieses Geld zum Zeitvertreib zum Fenster hinauszuwerfen. Er setzte sich also in einen bequemen Lehnstuhl an ein geöffnetes Fenster des Schlosses, während ein Diener dafür sorgte, dass stets ein mit Markstücken gefüllter Korb neben ihm stand. Um ein Markstück zu greifen, es hinauszuwerfen und die Hand wieder zurückzuziehen, brauchte der Prinz 2 Sekunden. Er merkte indessen bald, dass es gar nicht so leicht ist, Geld zum Fenster hinauszuwerfen.

Wie lange kann er nämlich täglich diesen Zeitvertreib genießen, wenn er ein ganzes Jahr hindurch das Geld zum Fenster hinauswerfen möchte?

Aufgabe ■ A11 ■



Am Fuße einer 96 Fuß hohen Tanne befindet sich eine Schnecke, die jeden Tag 3 Fuß aufwärts kriecht, in der Nacht aber wieder 2 Fuß nach unten. Gleichzeitig kriecht eine andere Schnecke von der Spitze der Tanne jeden Tag 4 Fuß abwärts und in der Nacht 2 Fuß wieder hinauf.

Nach wie vielen Tagen begegnen sich die beiden Schnecken?

Aufgabe ■ A12 ■

Am Waldlauf eines Sportvereins beteiligten sich insgesamt 81 Personen. Von den teilnehmenden Erwachsenen (18 Jahre oder älter) war die Anzahl der Männer doppelt so groß wie die der Frauen. Die Anzahl der teilnehmenden Kinder und Jugendlichen (Alter unter 18) betrug die Hälfte der Anzahl der Erwachsenen. Dabei waren es halb so viele Kinder (unter 16 Jahren) wie Jugendliche (16 oder 17 Jahre).

Gib die Anzahlen der erwachsenen Männer und Frauen sowie der Kinder und Jugentlichen an, die sich am Waldlauf beteiligten. Begründe deine Lösung.

Aufgabe ■ A13 ■

Wie viele Eier müssen mindestens im Kühlschrank sein, damit man die Hälfte und ein halbes Ei herausnehmen kann, ohne ein Ei zu zerbrechen?

Aufgabe ■ A14 ■

Aufgabe von Stephanie, 7 Jahre, Klasse 2

Mein Bruder, meine Schwester und ich essen Wackelpudding. Wir hatten insgesamt vier Wackelpuddings. Meine Schwester hat einen halben Wackelpudding weniger als ich und mein Bruder hat einen dreiviertel Wackelpudding weniger als ich gegessen.

Frage: Wieviel von den Wackelpuddings hat jeder bekommen?

Aufgabe ■ A15 ■

Es gibt Zahlenfolgen, die eine bestimmte gleichbleibende Differenz haben, so z.B.:

$$30, 60, 90, 120 \text{ (Differenz 30)}$$

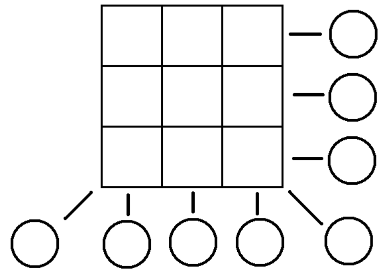
$$2, 7, 12, 17, 22 \text{ (Differenz 5)}$$

In die leeren Kästchen des Quadrates sind Zahlen so einzutragen, daß in jeder waagerechten Zeile und senkrechten Spalte Zahlenfolgen enthalten sind, die eine bestimmte gleichbleibende Differenz haben.

		7		
	7			
				25
	13			

Aufgabe ■ A16 ■

Bilde mit den Ziffern von 1 bis 9 ein anti- magisches Quadrat! Dies bedeutet, dass keine zwei der 8 durch Kreise angedeuteten Summen gleich sind. Finde eine der vielen möglichen Lösungen und gib auch die 8 Summen an.



Aufgabe ■ A17 ■

Ein Flugzeug, das mit konstanter Geschwindigkeit von A nach B fliegt, war um 10.05 Uhr noch 2100 km, um 11.20 noch 600 km von B entfernt.

1. Wie viele Kilometer legt das Flugzeug in einer Stunde zurück?
2. Um vieviel Uhr wird es in B landen?

Begründe deine Lösung!

Aufgabe ■ A18 ■

In einer Spezialverkaufstelle wurden an einem Tag Hühner, Enten, Gänse, Puten und Kaninchen verkauft, insgesamt genau 100 Stück. Zusammen waren es 52 Hühner und Enten, 43 Enten und Gänse, 34 Gänse und Puten, 30 Puten und Kaninchen. Wieviel Stück jeder Tierart wurden an diesem Tag verkauft? Begründe deine Antwort!

Aufgabe ■ A19 ■

Peter sagt zu seinem Vater: ”Ich weiß ein Kunststück. Du hast 30 Streichhölzer zur Verfügung und nimmst einige davon in die Hand. Dann sagst du mir, ob die Anzahl der Streichhölzer, die du in die Hand genommen hast, gerade oder ungerade ist. Ich werde dir dann, ohne nachzuzählen, sagen, ob die Gesamtzahl der übrig gebliebenen Streichhölzer gerade oder ungerade ist.”

Wie kann Peter das wissen?

Aufgabe ■ A20 ■

In der Divisionsaufgabe

$$**8816 : 4 = 1*2**4$$

sind die Sternchen so durch Grundziffern zu ersetzen, dass die Gleichung stimmt.

Aufgabe ■ A21 ■

Eine Mutter sagt zu ihren 4 Kindern: “Auf dem Tisch stehen zwei Schalen mit je 10 Äpfeln. Nehmt euch aus der einen Schale eine Anzahl Äpfel heraus und aus der zweiten zwei Äpfel weniger, als in der ersten übrig bleiben! Dann teilt die entnommenen Äpfel zu gleichen Teilen unter euch auf! Verteilt schließlich die verbliebenen Äpfel gleichmäßig auf beide Schalen. Morgen dürft ihr euch wieder Äpfel nehmen. Verfahrt dabei genau so wie heute. Übermorgen dürft ihr euch die restlichen Äpfel teilen.“

Wie viele Äpfel erhielt jedes der Kinder an jedem der drei Tage?

Aufgabe ■ A22 ■

Drei Freunde, A, B und C, sind gegenwärtig zusammen (in ganzen Zahlen) 100 Jahre alt. Das Lebensalter a von A ist durch 17, das Lebensalter b von B durch 9 und das Lebensalter c von C durch 15 teilbar. Wie alt ist jeder der 3 Freunde, wenn jeder älter als 25 ist?

Aufgabe ■ A23 ■

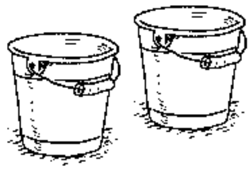
Eine Aufgabe von Leonard Euler.

Auf einem Hof sind Gänse, Enten, Puten und Hühner. Insgesamt sind es 16 Tiere. Es sind ebenso viele Gänse wie Enten auf dem Hof. Hühner sind es so viele wie Puten und Enten zusammen, jedoch mehr Enten als Puten.

Wie viele Tiere jeder Art sind auf dem Hof? Begründe deine Antwort!

Aufgabe ■ A24 ■

In zwei Wassereimer, A und B genannt, passen zusammen genau 12 Liter Wasser. Eimer A ist vollständig gefüllt, Eimer B zur Hälfte. Gießt man das ganze Wasser aus Eimer A in Eimer B, so ist B vollständig gefüllt.



a) Wie viel Wasser passt in jeden der beiden Eimer?

b) Welche Menge Wasser war vor und nach dem Umfüllen zusammen in beiden Eimern?

Aufgabe ■ A25 ■

Zeige, dass das Produkt dreier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen immer durch 6 teilbar ist!

Aufgabe ■ A26 ■

Begründe die folgende Aussage:

Ist die Summe zweier natürlicher Zahlen kleiner als 13, dann ist ihr Produkt nicht größer als 36.

Aufgabe ■ A27 ■

In den folgenden Aussagen steht das Sternchen $*$ immer für genau eine Ziffer. Finde die fehlende Ziffer heraus! Beachte, dass es mehr als eine Lösung geben kann. Findest du alle Lösungen?

a) 3 ist Teiler von $8327*$

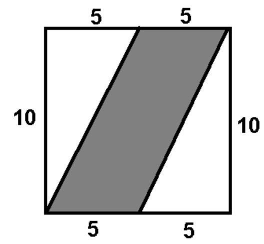
b) 3 ist nicht Teiler von $84 * 72$

c) 9 ist Teiler von $23 * 58$

d) 4 ist kein Teiler von $587 * 6$

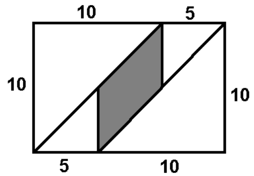
Aufgabe ■ G1 ■

Berechne den Flächeninhalt der grauen Fläche im Inneren des Quadrats! Die Zahlen an den Seiten sind die Längen in cm.



Aufgabe ■ G2 ■

Berechne den Flächeninhalt der grauen Fläche im Inneren des Rechtecks und begründe deine Lösung! Die Zahlenangaben sind die Maßzahlen der Streckenlängen, gemessen in cm.



Aufgabe ■ G3 ■

Aus Drähten von 120 cm Länge soll einmal das Kantenmodell eines Quaders mit einer Länge von 15 cm und einer Breite von 10 cm hergestellt werden und einmal das Modell eines Würfels. Um wie viele Kubikzentimeter unterscheiden sich die Rauminhalte der beiden Körper?

Aufgabe ■ G4 ■

Gegeben sei ein Rechteck mit den Seitenlängen 25 cm und 16 cm. Die Länge einer Seite eines zu diesem Rechteck flächengleichen Rechtecks betrage 40 cm.

Um wieviel Zentimeter unterscheiden sich die Umfänge beider Rechtecke? Begründe deine Antwort.

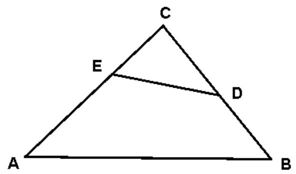
Aufgabe ■ G5 ■

Ein Quader mit den Kantenlängen a, b und c besitze einen Oberflächeninhalt von $286cm^2$. Der Inhalt der aus den Kantenlängen a und b gebildeten Rechteckfläche betrage $63cm^2$, der aus den Kantenlängen b und c gebildeten Rechteckfläche $35cm^2$.

Wie groß ist das Volumen des Quaders? Begründe deine Lösung.

Aufgabe ■ G6 ■

Das Bild stellt ein Dreieck ABC dar. Ein innerer Punkt D der Seite BC wurde mit einem inneren Punkt E der Seite AC verbunden.



Beweise, dass der Umfang des Dreiecks ABC größer ist als der Umfang des Vierecks $ABDE$!

Hinweis: Verwende die Dreiecksungleichung.

Aufgabe ■ G7 ■

Jeder Innenwinkel eines regelmäßigen Sechsecks wird durch die drei Diagonalen in dieser Ecke in vier kongruente Winkel zerlegt.

Beweise, dass jeder dieser 4 Winkel die Größe 30° hat!

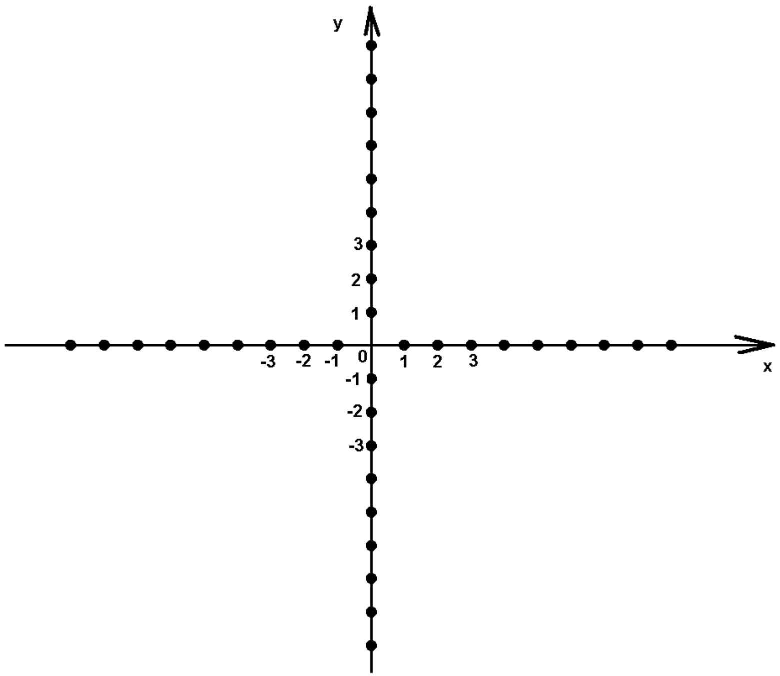
Aufgabe ■ G8 ■

Zeichne die Punkte $P_1(0 \mid -4), P_2(4 \mid -8), P_3(4 \mid -3), P_4(10 \mid 0)$, $P_5(4 \mid 3), P_6(4 \mid 8), P_7(0 \mid 4)$,

$P_8(-4 \mid 8), P_9(-4 \mid 3), P_{10}(-10 \mid 0), P_{11}(-4 \mid -3), P_{12}(-4 \mid -8)$

in ein rechtwinkliges Koordinatensystem und verbinde sie in der Reihenfolge

$P_1, P_2, P_3 \ldots P_{11}, P_{12}P_1$!

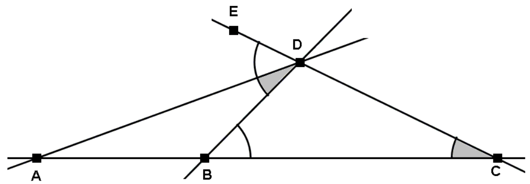


Welches Bild erhältst du?

Aufgabe ■ G9 ■

Im unten gezeichneten Bild gelte $|\angle ADE| = |\angle DBC|$.

Beweise, dass dann die beiden grau markierten Winkel $\angle BCD$ und $\angle BDA$ kongruent sind (d.h. gleich groß)



Aufgabe ■ G10 ■

Mein Aquarium ist 80 cm lang, 60 cm breit und 50 cm hoch. Der Wasserspiegel ist 10 cm von der Oberkante entfernt.

Jede Woche entnehme ich zum Wasserwechsel eine Menge Wasser, die in ein Gefäß passt, das 60 cm lang, 40 cm breit und 30 cm hoch ist. Um wie viele cm sinkt dabei der Wasserspiegel? Begründe deine Lösung!

Aufgabe ■ G11 ■

Die Maßzahlen eines Dreiecks ΔABC seien natürliche Zahlen und alle verschieden groß. Die Seite $\overline{BC} = a$ ist 7 cm lang, die Seite $\overline{AB} = c$ ist 11 cm lang.

Welche Länge kann die Seite $\overline{AC} = b$ haben, wenn ihre Maßzahl ungerade sein soll und der Umfang des Dreiecks ΔABC kleiner als 31 ist? Begründe deine Lösung.

Hinweis: Benutze die Dreiecksungleichung, siehe mathematisches Wörterbuch unter
www.egladil.de/mathe/mathehome.html

Aufgabe ■ G12 ■

Die Maßzahl des Umfangs eines Rechtecks (gemessen in Zentimetern) ist gleich der Maßzahl seines Flächeninhalts (gemessen in Quadratzentimetern).

Ermittle Länge und Breite aller Rechtecke, die diese Bedingung erfüllen und bei denen die Maßzahlen der Seitenlängen natürliche Zahlen kleiner als 7 sind!

Aufgabe ■ G13 ■

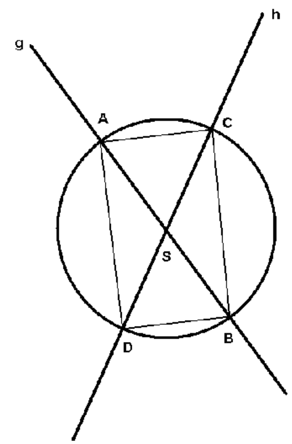
Eine Hausgemeinschaft will eine rechteckige Sandkiste für die Kinder bauen. Als Umrandung sollen 84 würfelförmige Steine benutzt werden, die alle eine Kantelänge von 20 cm haben.

Wie breit wird die Sandfläche, wenn sie eine Länge von 5 m haben soll? Begründe deine Lösung.

Aufgabe ■ G14 ■

Aus 27 gleich großen Würfeln, die jeweils vollständig schwarz oder vollständig weiß gefärbt sind, wird ein großer Würfel gebaut. Wie viele schwarze beziehungsweise weiße Würfel müssen es sein, wenn die Quadrate der Oberfläche des großen Würfels wie ein Schachbrett gefärbt sein sollen?

Aufgabe ■ G15 ■



Gegeben seien zwei Geraden g und h in der Ebene, die einander in genau einem Punkt S schneiden. Um S als Mittelpunkt sei ein Kreis geschlagen. Er schneide g in A und B und h in C und D.

Beweise, dass die Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ gleich lang und parallel sind!

Aufgabe ■ L1 ■

Es gibt einen Bruch, dessen Zähler und Nenner zwei verschiedene einstellige Zahlen sind, und der, wenn man ihn umdreht, doch denselben Bruch bildet.

Um welchen Bruch handelt es sich?

Aufgabe ■ L2 ■

Sonja will ihr Frühstücksei exakt 9 Minuten kochen. Dummerweise hat sie nur zwei Sanduhren ohne Minuteneinteilung. Die eine rieselt in genau 4 Minuten durch, die andere braucht genau 7 Minuten. Wie kann Sonja trotzdem die exakte Kochdauer abmessen?

Aufgabe ■ L3 ■

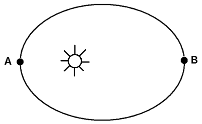
Der Mars umkreist die Sonne auf einer elliptischen Bahn. Im Punkt A beträgt der Abstand Mars - Sonne 2067000000 km, im Punkt B 2492000000 km.

durchläuft der Mars irgendwann einmal einen Punkt, der

a) 2067000001 km

b) 2492000001 km

c) 2066000005 km



von der Sonne entfernt ist?

Aufgabe ■ L4 ■

Über einen 100- m- Lauf, den die drei Schüler Jens, Michael und Peter austrugen, wurden folgende Vorhersagen gemacht:

1. Frank sagte: “Jens oder Peter wird gewinnen.“
2. Horst sagte: “Wenn Jens nicht gewinnt, dann gewinnt Michael.“
3. Norbert sagte: “Wenn Michael gewinnt, dann wird Jens Zweiter.“
4. Stefan sagte: “Michael wird schlechter abschneiden als Jens und Peter.“

a) Nach dem Lauf wurde festgestellt: Alle vier Voraussagen sind wahre Aussagen.

b) Nach dem Lauf wurde festgestellt: Als einziger hatte Hosrt eine wahre Aussage gemacht.

In beiden Fällen a) und b) ist noch bekannt, daß Jens, Peter und Michael alle drei verschiedene Zeiten liefen.

Gib in beiden Fällen a) bzw. b) an,wer Erster, Zweiter bzw. Dritter wurde! Erkläre, wie du deine Angaben gefunden hast!

Hinweis: Die Aussage “A oder B“ ist genau dann wahr, wenn mindestens eine der beiden Teilaussagen “A“ bzw. “B“ wahr ist.

Aufgabe ■ L5 ■

Iwanow wurde gefragt, wen denn das Gemälde, das an der Wand hängt, darstellt. Da antwortete er: "Der Vater des auf dem Bild Dargestellten ist der einzige Sohn des Vaters des Antwortenden."

Wer ist porträtiert worden?

Aufgabe ■ L6 ■

Ein Lehrer hat die Arbeiten von drei Schülern, Alexejew, Wassiliew und Sergejew, durchgesehen, aber nicht mitgebracht. Er sagte zu den Schülern: "Ihr habt in euren Arbeiten unterschiedliche Leistungen gezeigt. Einer bekam eine 5, einer eine 4 und der dritte eine 3. Sergejew hat keine 5 und Wassiliew keine 4. Aber ich glaube, Alexejew hat eine 4."

Später stellte sich heraus, dass der Lehrer einem Schüler die richtige Zensur gesagt hatte, sich bei den beiden anderen aber geirrt hatte.

Welche Zensuren hatten die Schüler?

Bemerkung: In Russland entspricht die Zensur 5 unserer 1, die 4 unserer 2 usw. Eine Entsprechung für 6 gibt es nicht.

Aufgabe ■ L7 ■

Vier befreundete Ehepaare sitzen in fröhlicher Runde an einem kreisrunden Tisch. Die Männer haben die Vornamen Sebastian, Gerd, Thomas und Alfred, die Frauen haben die Vornamen Ute, Simone, Monika und Elke. Ferner ist bekannt:

1. Gerd sitzt seiner Frau gegenüber; alle anderen Ehepartner sitzen sich nicht gegenüber.
2. Thomas sitzt rechts von Gerd und gegenüber von Elke, die nicht die Frau von Sebastian ist.
3. Sebastian sitzt zwischen Thomas und dessen Frau, die nicht Monika heißt.
4. Rechts von Alfred sitzt Simone.

Wer ist mit wem verheiratet? Wie sitzen die Freunde? Begründe deine Antwort!

Aufgabe ■ L8 ■

Sieben Schüler einer Schule stehen in Verdacht, vom Schulbuffet Kuchen stibitzt zu haben. Täter ist derjenige, von dem sich mit absoluter Sicherheit sagen läßt, wie er mit Vor-und Zunamen heißt. Genau einer heißt mit Zunamen Schulze, genau zwei heißen Meier und die anderen vier heißen Lehmann. Genau einer hört auf den Vornamen Franz, genau einer auf Fritz, genau einer auf Karl und die restlichen vier haben den Vornamen Johannes.

Wie heißt der Kuchendieb? Begründe deine Antwort.

Aufgabe ■ L9 ■

An einer Schule fanden in einem Jahr Wettbewerbe in Mathematik, Physik und Englisch statt. Birgit, Dorothea und Fabian errangen dabei jeweils die ersten Plätze, und zwar jeder in genau einem der drei Wettbewerbe. Kinder, die die Siegerehrung verfolgt hatten, machten danach folgende Aussagen:

1. Birgit nahm weder am Mathematik- noch am Physikwettbewerb teil.
2. Fabian oder Birgit haben am Englischwettbewerb teilgenommen.
3. Am Mathematikwettbewerb nahm wieder kein Mädchen teil.

Leider war genau eine der 3 Aussagen falsch.

In welchem Wettbewerb gewann jedes der 3 Kinder? Begründe deine Antwort!

> **Hinweis:** Eine Aussage der Form **A oder B** ist genau dann falsch, wenn sowohl A, als auch B falsch sind.

Lösung ■ A1 ■

Lösung von Andrea Petri, 9 Jahre, Klasse 4:

a) $a = 18, b = 19, c = 20, d = 21, e = 22, f = 23, g = 24, h = 25$

b) 27 steht an Position M, 44 an Position U, 201 an Position S, 2541 an Position T, 100000 an Position E und 1000002 an Position R

Begründung: **a)** Das Muster entsteht durch weiterzählen.

b) Um die richtige Position zu finden, teile ich die Zahlen durch 8 mit Rest. Mit dem Rest zähle ich den Buchstaben der Position ab.

$$\begin{aligned} 27 : 8 &= 3 \text{ Rest } 3 \text{ Die dritte Position im Muster ist M.} \\ 44 : 88 &= 5 \text{ Rest } 4 \\ 201 : 8 &= 25 \text{ Rest } 1 \\ 2541 : 8 &= 317 \text{ Rest } 5 \\ 100000 : 8 &= 12500 \text{ Rest } 0 \\ 1000002 : 8 &= 125000 \text{ Rest } 2 \end{aligned}$$

Lösungswort:

27 : M

44 : U

201 : S

2541 : T

100000 : E

1000002 : R

Lösung ■ A2 ■

Die gesuchte Zahl heißt 85.

Begründung: Seien $1 \leq a \leq 9$ und $0 \leq b \leq 9$ ganze Zahlen, dann kann man die gesuchte Zahl schreiben als $10a + b$. Nach Voraussetzung muss dann gelten

$$a + b = 13 \tag{1}$$

und

$$10a + b - 10b - a = 9\,(a - b) \text{ endet auf 7.} \tag{2}$$

Da 27 die einzige durch 9 teilbare zweistellige Zahl ist, die auf 7 endet, folgt wegen (2) $a - b = 3$. Wegen (1) kann dann nur $a = 8$ und $b = 5$ sein.

Lösung ■ A3 ■

Insgesamt sind 24 Äpfel im Korb (Gleichung mit einer Unbekannten). Jeder der Jungen bekommt 6 Äpfel.

Lösung ■ A4 ■

Um eine möglichst große Summe zu bekommen, wählt man die Zahlen so, dass bei so vielen wie möglich ein Übertrag entsteht. Also $V + V + 1 = A$. Dann kann $A = 9$ und $V = 4$ gelten. Wegen $A \neq I$ kann I nicht 9 sein. Also setzen wir $I = 8$, damit der Hunderter der Summe möglichst groß wird, und $C = 7$ (Ergebnis bei Übertrag 1 von der Summe $E+E$. Für $E = 6$ erhalten wir $H = 3$, wenn wir R so wählen, dass $R+R > 9$ gilt. Die größte noch nicht vergebene Zahl < 10, für die das gilt, ist $R = 5$, womit $T = 0$ sein muss. Die gesuchte Aufgabe lautet also:

$$\begin{array}{rcccc} & 4 & 8 & 6 & 5 \\ + & 4 & 8 & 6 & 5 \\ \hline = & 9 & 7 & 3 & 0 \end{array}$$

Lösung ■ A5 ■

Es gibt nur eine Zerlegung: 143 und 57

Lösung ■ A6 ■

8, 12, 5, 20

Lösung ■ A7 ■

Das Maultier trug 7 Maß Wein, der Esel 5 .

Begründung: Wir bezeichnen mit $x > 0$ die Anzahl Maß, die der Esel trägt, mit $y > 0$ die Anzahl Maß, die das Maultier trägt. Dann gilt

$$\begin{aligned} x + 1 &= 2\,(y - 1) \\ x - 1 &= y + 1 \end{aligned}$$

Dieses lineare Gleichungssystem ist zu lösen.

Lösung ■ A8 ■

1, 3, 9 und 27.

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 2 &= 3 - 1 \end{aligned}$$

usw.

Lösung ■ A9 ■

Nach 360 Tagen.

Begründung: Die zweite Uhr geht nach 6 Tagen genau 1 h vor, d.h. nach $6 \cdot 12 = 72$ Tagen zeigt sie gleichzeitig mit der ersten Uhr 12:00 an.

Die dritte Uhr geht nach 5 Tagen genau 1 h nach, d.h. nach $5 \cdot 12 = 60$ Tagen zeigt sie gleichzeitig mit der ersten Uhr 12:00 an.

Um zu berechnen, wann alle 3 Uhren gleichzeitig wieder 12:00 anzeigen, sucht man das k.g.V. von 60 und 72. Das ist gerade 360.

Lösung ■ A10 ■

Er muss täglich 5000000 : 365 Mark, also etwa 13700 Mark zum Fenster hinauswerfen. Dazu braucht er $2 \cdot 13700 = 27400$ Sekunden. Das sind $7\frac{2}{3}$ Stunden.

Lösung ■ A11 ■

Am 31.Tag: An jedem Morgen stehen sie sich um 3 Fuß näher. Das heißt, am Morgen des 31. Tages beträgt ihr Abstand 6 Fuß. Tagsüber kriecht aber die eine Schnecke 4 Fuß abwärts und die andere 3 Fuß aufwärts, so dass sie am 31.Tag aneinander vorbei kriechen.

Lösung ■ A12 ■

Lösung von Sebastian, 9 Jahre, 4. Klasse:

36 Männer, 18 Frauen, 9 Kinder und 18 Jugendliche.

Begründung: Drei Bedingungen:

1. 2 x Männer; 1 x Frauen
2. 0,5 Kinder; 1 x Erwachsene. mal 2 $\Rightarrow$ 1 x Kinder; 2 x Erwachsene
3. 0,5 Kinder; 1 Jugendlicher. mal 2 $\Rightarrow$ 1 x Kinder; 2 x Jugendliche

Drei Rechnungen:

1. 81 Personen insgesamt $: 3 = 27 \Rightarrow 1 \cdot 27 = 27$ Kinder/Jugendliche und $2 \cdot 27 = 54$ Erwachsene.
2. 54 Erwachsene $: 3 = 18 \Rightarrow 1 \cdot 18 = 18$ Frauen und $2 \cdot 18 = 36$ Männer.
3. 27 Kinder/Jugendliche $: 3 = 9 \Rightarrow 1 \cdot 9 = 9$ Kinder und $2 \cdot 9 = 18$ Jugendliche

Lösung ■ A13 ■

Ein Ei: die Hälfte und ein halbes ist genau ein Ei.

Lösung ■ A14 ■

Meine Schwester hat einen und einviertel Wackelpudding gehabt. Ich habe einen und dreiviertel Wackelpudding gehabt, und mein Bruder hat einen Wackelpudding gehabt.

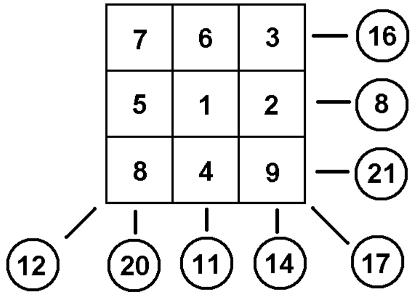
Bemerkung: Lösung mittels Gleichung oder durch Ausprobieren möglich. Einen Lösungsweg hat Stephanie nicht vorgegeben. Für diese hübsche Aufgabe hat sie aber schon den größten Wackelpudding verdient.

Lösung ■ A15 ■

Die Differenz d in Spalte 2 muss wegen $2d = 6$ gleich 3 sein. Damit sind alle Zahlen in Spalte 2 festgelegt. Analog folgt dann für Zeile 1, dass die Differenz ebenfalls 3 ist. Man erhält also alle Zahlen in Zeile 1. Folglich ist die Differenz in Spalte 5 gleich 6. Nun kann man entweder mit Zeile 3 oder mit Zeile 5 fortfahren. Bei Zeile 3 ergibt sich für die Differenz d : $3d = 15$, also $d = 5$. Analog zu Spalte 2 ermittelt man nun die noch fehlenden Differenzen und erhält folgende Lösung:

1	4	7	10	13
3	7	11	15	19
5	10	15	20	25
7	13	19	25	31
9	16	23	30	37

Lösung ■ A16 ■



Lösung ■ A17 ■

1) Von 10.05 Uhr bis 11.20 Uhr sind 75 min = 1,25 h verflossen. In dieser Zeit legte das Flugzeug 2100 km - 600 km = 1500 km zurück. Das ergibt eine Geschwindigkeit von

$$1500 : 1,25 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 1200 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

2) Nach 1) fliegt das Flugzeug in einer Stunde 1200 km weit. Es benötigt daher für die restlichen 600 km bis B noch eine halbe Stunde. Somit landet es um 11.50 Uhr in B.

Lösung ■ A18 ■

Die Anzahl der Exemplare jeder Tierart bezeichnen wir mit deren Anfangsbuchstaben. Es gilt

$$\begin{aligned} h+e+g+p+k &= 100 \\ h+e &= 52 \\ e+g &= 43 \\ g+p &= 34 \\ p+k &= 30 \end{aligned}$$

Umformen ergibt $k = 100 - 52 - 34 = 14$. Damit kann das Gleichungssystem von unten nach oben aufgelöst werden:

$$\begin{aligned} k &= 14 \\ p &= 16 \\ g &= 18 \\ e &= 25 \\ h &= 27 \end{aligned}$$

Es wurden 14 Kaninchen, 16 Puten, 18 Gänse, 25 Enten und 27 Hühner verkauft.

Lösung ■ A19 ■

Die Summe zweier gerader Zahlen ist immer gerade, die Summe zweier ungerader Zahlen ebenfalls. Eine ungerade Summe kann man nur erhalten, wenn man eine gerade und eine ungerade Zahl addiert.

Da 30 eine gerade Zahl ist, ist die Anzahl der übrig gebliebenen Streichhölzern also genau dann gerade, wenn Peters Vater eine gerade Anzahl Streichhölzer genommen hat. Anderenfalls ist sie ungerade.

Lösung ■ A20 ■

Aus $**8816 : 4 = 1*2**4$ folgt $**8816 = 4 \cdot 1*2**4$. Wegen $4 \cdot 4 = 16$ muß also die Zehnerstelle im Quotienten gleich 0 sein (Übertrag 1 und 1 als Zehnerziffer im Dividenden). Folgt also $**8816 = 4 \cdot 1*2*04$. 7 scheidet als Hunderterziffer im Quotienten wegen des Übertrag 2 aus, bleibt also 200:

$$**8816 = 4 \cdot 1*2204$$

Nun können für den verbleibenden Stern an der Zehntausenderstelle des Quotienten die Ziffern $0, \ldots 9$ eingesetzt werden:

$$\begin{aligned}
102204 \cdot 4 &= 408816\\
112204 \cdot 4 &= 448816\\
122204 \cdot 4 &= 488816\\
132204 \cdot 4 &= 528816\\
142204 \cdot 4 &= 568816\\
152204 \cdot 4 &= 608816\\
162204 \cdot 4 &= 648816\\
172204 \cdot 4 &= 688816\\
182204 \cdot 4 &= 728816\\
192204 \cdot 4 &= 768816
\end{aligned}$$

Lösung ■ A21 ■

Angenommen, am ersten Tag nahmen die Kinder aus der ersten Schale $0 < n \leq 10$ Äpfel. In der ersten Schale verblieben $10-n$ Äpfel. Also nahmen die Kinder aus der zweiten Schale $8-n$ Äpfel, zusammen also 8.

Am ersten Tag erhielt jedes Kind 2 Äpfel.

Nach der Umsortierung verblieben in den Schalen je 6 Äpfel.

Angenommen, am zweiten Tag wurden aus der ersten Schale $0 < n \leq 6$ Äpfel genommen. Dort verblieben $6-n$ Äpfel, so dass die Kinder aus der zweiten Schale $4-n$ Äpfel nahmen. Insgesamt nahmen sie also am zweiten Tag 4 Äpfel, so dass jedes Kind einen Apfel erhielt.

In beiden Schalen zusammen blieben folglich 8 Äpfel und am dritten Tag bekam jedes Kind 2 Äpfel.

Lösung ■ A22 ■

Für die Alter kann Folgendes gelten.

$$a \in \{34, 51, 68, 85\} \tag{3}$$
$$b \in \{27, 36, 45, 54, 63, 72, 90, 99\} \tag{4}$$
$$c \in \{30, 45, 60, 75, 90\} \tag{5}$$

Es ist aus (1),(2) und (3) jeweils genau eine Zahl > 25 so zu wählen, dass die Summe 100 beträgt. Dies gilt nur für

$$a = 34$$
$$b = 36$$
$$c = 30$$

Somit ist A 34 Jahre alt, B 36 und C 30.

Lösung ■ A23 ■ Seien e, g, p und h die Anzahlen der Enten, Gänse, Puten bzw. Hühner Dann erhält man aus der Aufgabe für e und p die Gleichung

$$3e + 2p = 16$$

Diese Gleichung muss ganzzahlig mit $e > p > 0$ gelöst werden. Die einzige solche Lösung ist $e = 4$, $p = 2$. Damit gilt: Auf dem Bauernhof leben 4 Enten, 4 Gänse, 2 Puten und 6 Hühner.

Lösung ■ A24 ■

Lösung von Sebastian Niedner, 9 Jahre, Klasse 4:

Annahme die Eimer sind beide gleich groß und Wasser wird beim Umschütten überlaufen.

a. In jeden Eimer passen 6 Liter

b. Vor dem Umfüllen sind in Eimer A 6 l und in Eimer B 3 l Nach dem Umfüllen ist der Eimer A leer und in Eimer B sind 6 l und 3l laufen daneben, also zusammen 6 Liter in den Eimern.

Annahme die Eimer sind nicht gleich groß und es wird kein Wasser verschüttet.

Wenn in einem Eimer nur die Hälfte drin ist, brauche ich 3 Teile. Da 2 Teile im vollen Eimer und 1 Teil im halbvollen Eimer ist. Also muss ich 12 l durch 3 teilen und sind 4l. Im vollen Eimer sind dann 2 Teile $\cdot 4$ l $=$ 8 l und im halbvollen Eimer ist 1 Teil $\cdot 4$ l $= 4$ l .

Es gibt auch keine andere Lösung mehr.

a. Eimer A ist ein voller 4l Eimer und Eimer B ist ein halbvoller 8 l Eimer.

b. Vor dem Umfüllen sind in Eimer A 4l und in Eimer B auch 4l Nach dem Umfüllen ist Eimer A leer und in Eimer B sind 8l

Lösung ■ A25 ■

Von drei aufeinanderfolgenden Zahlen ist wenigstens eine gerade und wenigstens eine durch 3 teilbar.

Lösung ■ A26 ■

Lösung von Sebastian Niedner, 9 Jahre, Klasse 4:

Klärung der Aussage:

Man muss zwei ganze Zahlen nehmen, die zusammen addiert die Zahlen von 1 bis 12 ergeben. Dann muss man die beiden Zahlen miteinander mal nehmen. Dann ist das Erbebnis unter 37.

Dann habe ich die Aussage ausprobiert, ob sie stimmt. Die kleinen Zahlen habe ich weg gelassen, da die sowieseo unter 37 sind. Also habe ich versucht, die 12 systematisch zu zerlegen:

Summe	**Produkt**
$6+6=12$	$6\cdot 6=36$
$7+5=12$	$7\cdot 5=35$
$8+4=12$	$8\cdot 4=32$
$9+3=12$	$9\cdot 3=27$
$10+2=12$	$10\cdot 2=20$
$11+1=12$	$11\cdot 1=11$

$\Rightarrow$ Das Produkt wird immer kleiner. Und die Differenzen immer größer (siehe unten). Es kann also kein Produkt über 36 raus kommen.

Bei der Zahl 12 ist es interessant, dass die Differenzen der ungeraden Zahlen von 1 bis 9 zwischen den Produkten steigt:

Summe	Produkt	Diff zu folgendem Produkt
$6+6=12$	$6\cdot 6=36$	1
$7+5=12$	$7\cdot 5=35$	3
$8+4=12$	$8\cdot 4=32$	5
$9+3=12$	$9\cdot 3=27$	7
$10+2=12$	$10\cdot 2=20$	9
$11+1=12$	$11\cdot 1=11$	

Zerlegt man aber die Zahl 11, dann sind die Differenzen gerade Zahlen von 2 bis 8

Summe	Produkt	Diff zu folgendem Produkt
$6+5=11$	$6\cdot 5=30$	2
$7+4=11$	$7\cdot 4=28$	4
$8+3=11$	$8\cdot 3=24$	6
$9+2=11$	$9\cdot 2=18$	8
$10+1=11$	$10\cdot 1=10$	

Finde es interessant dran rum zu rechnen, aber ich tipp mir jetzt nicht die Finger blau.

Lösung ■ A27 ■

a) 83271, 83274, 83277 (Quersumme muss durch 3 teilbar sein)

b) 84172, 84272, 84472, 84572, 84772, 84872 (Quersumme darf nicht durch 3 teilbar sein)

c) 23058, 23978 (Quersumme muss durch 9 teilbar sein)

d) 58706, 58726, 58746, 58766, 58786 (Zahl aus der Zehner- und der Einerziffer darf nicht durch 4 teilbar sein.)

Lösung ■ G1 ■

Das Quadrat hat einen Flächeninhalt von $10\ \text{cm} \cdot 10\ \text{cm} = 100\ \text{cm}^2$. Die beiden Dreiecke ergänzen sich zu einem Rechteck, das genau halb so groß ist wie das Quadrat. Folglich ist die graue Figur ebenfalls halb so groß wie das Quadrat, also $50\ \text{cm}^2$

Lösung ■ G2 ■

Vom gesamten Rechteck sind die Flächen zweier Quadrate abzuziehen: eines mit Seitenlänge 5 und eines mit Seitenlänge 10. Daher hat die graue Figur den Flächeninhalt $150 - 100 - 25 = 25$.

Lösung ■ G3 ■

Die Kantenlänge des Würfels beträgt:

$$\frac{120 \text{ cm}}{12} = 10 \text{ cm}$$

Daher ist das Volumen des Würfels gleich 1000 cm^3. Sei h die Höhe des Quaders, so gilt

$$4 \cdot 15 \text{ cm} + 4 \cdot 10 \text{ cm} + 4 \cdot h = 120 \text{ cm}$$

Daher ist $h = 5$ cm. Folglich beträgt das Volumen des Quaders 750 cm^3. Die gesuchte Differenz ist also 250 cm^3.

Lösung ■ G4 ■

Der Flächeninhalt des ersten Rechtecks beträgt 25 cm $\cdot$ 16 cm $=$ 400 cm^2. Folglich ist die zweite Seite des zweiten Rechtecks 400 cm^2 : 40 cm $=$ 10 cm lang. Umfang 1 beträgt also $2\,(25 + 16)$ cm $=$ 82 cm, Umfang 2: $2\,(40 + 10)$ cm $=$ 100 cm.

Die gesuchte Differenz ist 18 cm.

Lösung ■ G5 ■

Seien A der Oberflächeninhalt und V das Volumen des Quaders. Dann wissen wir wegen $A = 286\ \mathrm{cm}^2$

$$\begin{aligned} 2\,(ab + bc + ca) &= 286\ \mathrm{cm}^2 \\ 63\ \mathrm{cm}^2 + 35\ \mathrm{cm}^2 + ca &= 143\ \mathrm{cm}^2 \\ ca &= 45\ \mathrm{cm}^2 \end{aligned}$$

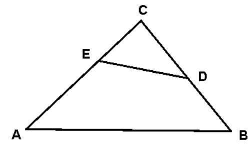
Wegen

$$V^2 = abc^2 = (ab) \cdot (bc) \cdot (ca)$$

und $ab = 63\ \mathrm{cm}^2$, $bc = 35\ \mathrm{cm}^2$ und $ca = 45\ \mathrm{cm}^2$ folgt daraus $V^2 = 99225\ \mathrm{cm}^6$ bzw. $V = 315\ \mathrm{cm}^2$.

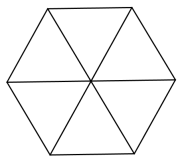
Lösung ■ G6 ■

Nach Dreiecksungleichung in EDC gilt $\mid DC \mid + \mid CE \mid > \mid ED \mid$, woraus die Behauptung folgt.



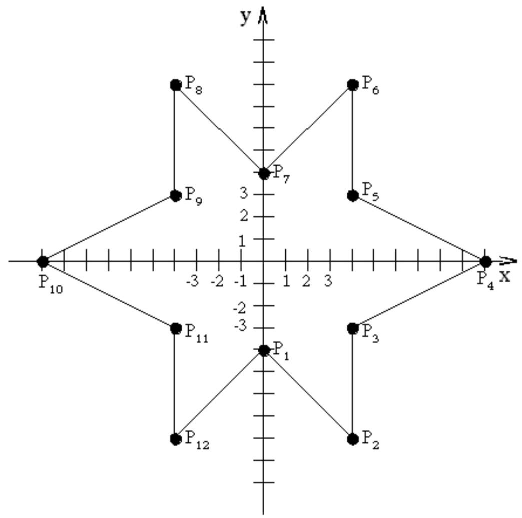
Lösung ■ G7 ■

Das regelmäßige Sechseck setzt sich aus 6 gleichseitigen Dreiecken zusammen. Diese haben Innenwinkel von 60°. Daher beträgt die Größe eines Innenwinkels des Sechsecks 120°, ein Viertel davon folglich 30°.



Lösung ■ G8 ■

Nadine Sella, 12 Jahre, Klasse 6 hat diesen schönen Stern mit dem Computer gezeichnet:



Lösung ■ G9 ■

Lösung von Kim Holtze, 11 Jahre, Klasse 6:

$\angle DBC + \angle BCD + \angle CDB = 180°$ (Winkelsumme im Dreieck

$\angle ADE + \angle BDA + \angle CDB = 180°$ (Winkel an einer Geraden)

$$\angle DBC = \angle ADE \quad \text{und} \quad \angle CDB = \angle CDB$$

Daher müssen auch die übrigen Winkel, nämlich $\angle BCD$ und $\angle BDA$, gleich sein.

Lösung ■ G10 ■ Die Wassermenge $60 \cdot 40 \cdot 30$ cm^3 verteilt sich auf eine Fläche von $80 \cdot 60$ cm^2. Der Wasserspiegel sinkt also um

$$\frac{60 \cdot 40 \cdot 30}{80 \cdot 60} \text{ cm } = \frac{30}{2} \text{ cm } = 15 \text{ cm} .$$

Lösung von Sebastian, 9 Jahre, 4. Klasse:

15 cm sinkt der Wasserspiegel

Begründung: Wenn man den kleinen Behälter in das große Aquarium quer reinstellt, dann ist die Hälfte der Grundfläche belegt. Dann muss man nur noch die Höhe des kleinen Behälters durch 2 teilen und hat 15cm.

Lösung ■ G11 ■

Nach Dreiecksungleichung gilt

$$\begin{aligned} a &\leq b+c \\ b &\leq a+c \\ c &\leq a+b \end{aligned}$$

Einsetzen der bekannten Größen ergibt

$$\begin{aligned} 7 &\leq b+11 \\ b &\leq 18 \\ 11 &\leq 7+b \end{aligned}$$

Also

$$\begin{aligned} -4 &\leq b \\ b &\leq 18 \\ 4 &\leq b \end{aligned}$$

Da der Umfang kleiner als 31 ist, folgt

$$b < 13$$

Einige der Ungleichungen sind redundant (ergeben sich aus den restlichen). Interessant ist nur folgende Doppelungleichung:

$$4 \leq b < 13$$

Da b ungerade sein soll, kommen nur 5, 7, 9 und 11 in die engere Wahl. Da alle Seiten verschieden lang sein solen, reduziert sich die Lösungsmenge auf $\{5, 9\}$.

Lösung ■ G12 ■

Wegen $2 \cdot (a+b) = a \cdot b$ gilt für die Maßzahlen a, b der Seitenlängen

$$2b = a \cdot (b-2) \tag{1}$$

sowie

$$2a = b \cdot (a-2)$$

Wäre nämlich $b = 1$, dann müsste $a < 0$ sein. $b = 2$ ist wegen (1) nicht möglich. Wir können uns also für b auf 3,4,5 und 6 beschränken und erhalten aus (1)

$$\begin{aligned} b = 3 &\Rightarrow a = 6 \\ b = 4 &\Rightarrow a = 4 \\ b = 5 &\Rightarrow a \text{ keine ganze Zahl} \\ b = 6 &\Rightarrow a = 3 \end{aligned}$$

Zeile 1 und Zeile 4 führen zu dem selben Rechteck.

Es gibt daher genau zwei Rechtecke, die den Bedungungen der Aufgabe genügen:

$$\begin{aligned} b = 3 &\ , \ a = 6 \\ b = 4 &\ , \ a = 4 \end{aligned}$$

Die Maßzahlen des Umfangs und Flächeninhalts des ersten Rechtecks sind gleich 18, die des zweiten Rechtecks gleich 16.

Lösung ■ G13 ■

Es gilt 5 m = 500 cm und $500 = 25 \cdot 20$ Für eine Länge der Sandfläche werden also 25 Steine benötigt, für beide Längen folglich 50. Weiter ist $84 - 50 = 34$ und $34 : 2 = 17$. An der Breitseite sind schon 2 Steine von der Längsseite vorhanden, so dass für die Breitseite $17 - 2 = 15$ Steine bleiben. Diese haben zusammen eine Länge von 3 m.

Die Sandkiste wird 3 m breit.

Lösung ■ G14 ■

Wenn die Eckwürfel und die Würfel in den Seitenmitten schwarz sein sollen, so müssen es $8+6 = 14$ schwarze Würfel und 12 weiße Würfel sein. Sollen die Eckwürfel dagegen weiß sein, dann vertauschen die schwarzen und weißen Würfel ihre Rollen. Der von außen nicht sichtbare Würfel ganz in der Mitte kann eine beliebige Farbe haben. Es gibt also 4 mögliche Lösungen:

- 14 schwarze, 13 weiße
- 15 schwarze, 12 weiße
- 14 weiße, 13 schwarze
- 15 weiße, 12 schwarze

Lösung ■ G15 ■

Die Dreiecke ΔASC und ΔBSD sind kongruent, da sie in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen (Seitenlängen gleich Kreisradius, Winkel sind Scheitelwinkel). Daraus folgt, dass $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ gleich lang sind.

Analog sieht man, dass $\overline{AD}$ und $\overline{BC}$ gleich lang sind.

Das Viereck $ADBC$ ist folglich ein Parallelogramm (man kann sogar zeigen, dass es ein Rechteck ist!). Daher sind $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ parallel (genau wie $\overline{AD}$ und $\overline{BC}$).

Lösung ■ L1 ■

$$\frac{6}{9}$$

Umdrehen heißt, den Bruch über Kopf zu lesen.

Lösung von Sebastian Niedner, 9 Jahre, Klasse 4:

$$\frac{6}{9} \text{ oder } \frac{9}{6}$$

Begründung: Wenn man den Bruch umdreht sind die Zahlen gleich. Aus der 6 wird eine 9 und aus einer 9 wird eine 6.

Lösung ■ L2 ■

Sonja bringt Wasser zum Kochen und dreht dann zunächst beide Eieruhren gleichzeitig um. Ist die 4- min-Uhr durchgelaufen, sind bei der 7- min- Uhr noch 3 min übrig. die 4- min- Uhr dreht Sonja sofort nochmals um. Ist die 7- min- Uhr abgelaufen, tut Sonja das Ei ins kochende Wasser. In der 4- min-Uhr ist dann gerade noch eine Minute übrig. Nachdem diese abgelaufen ist, dreht Sonja die 4- min- Uhr noch zweimal hintereinander um, wobei sie jeweils wartet, bis sie durchgelaufen ist und nimmt nach dem zweiten Mal ihr 9- Minuten- Ei aus dem Wasser.

Lösung ■ L3 ■

Im Punkt A hat der Mars den kleinsten, im Punkt B den größten Abstand zur Sonne: jeder Abstand zwischen diesen beiden Extremwerten ist beim Umlauf des Mars um die Sonne einmalAbstand, da es keine Sprünge gibt. Daher gilt

a) 2067000001 km liegt zwischen minimalem und mximalem Abstand, d.h.wird durchlaufen.

b) 2492000001 km ist größer als der maximale Abstand, d. h. wird nicht durchlaufen.

c) 2066000005 km ist kleiner als der minimale Abstand, d. h. wird nicht durchlaufen.

Lösung ■ L4 ■

a) (alle Aussagen sind wahr): Aus 1.folgt dann, daß Michael Dritter wurde. Da Michel nicht gewann, folgt aus 2. oder 3.(Negation), daß Jens gewann. Die Reihenfolge ist in diesem Fall also

$\boxed{\text{Erster} = \text{Jens, Zweiter} = \text{Peter, Dritter} = \text{Michael.}}$

b) (nur Horsts Aussage wahr): Wenn nur 2. wahr, 1., 3. und 4. dagegen falsch sind, folgt (wegen 1 = falsch), daß Michael gewann. Damit ist auch 4. falsch.

Bleiben also die beiden möglichen Reihenfolgen

a) Michael, Jens, Peter

b) Michael, Peter, Jens

Da Aussage 3 aber falsch ist, entfällt Möglichkeit a), so daß die Reihenfolge in diesem Fall diese ist:

$\boxed{\text{Erster} = \text{Michael, Zweiter} = \text{Peter, Dritter} = \text{Jens.}}$

Lösung von Andrea, 8 Jahre, Klasse 4:

a) Erster ist Jens, Zweiter ist Peter, Dritter ist Michael.

Begründung: Wegen Stefans Aussage muß Michael Dritter sein. Jens muß Erster sein, weil sonst nach der Aussage von Horst, Michael gewinnen würde.

b) Erster ist Michael, Zweiter ist Peter, Dritter ist Jens.

Begründung: Wenn Horst Recht hat, dann gibt es zwei Möglichkeiten:

a. Jens gewinnt. Das kann aber nicht sein, weil dann auch Franks Aussage wahr wäre.

b. Jens gewinnt nicht. Dann gewinnt Michael. Damit ist Franks Aussage falsch. Weil auch Norberts Aussage falsch sein muß, muß Jens Dritter sein.

Lösung ■ L5 ■

Iwanows Sohn.

Iwanow hätte die spitzfindige Antwort auch so formulieren können: "Der Vater des auf dem Bild Dargestellten bin ich."

Lösung von Sebastian, 9 Jahre, Klasse 4:

Der Sohn von Iwanow.

Vater (Opa)
Vater = Einziger Sohn = Antwortende (Vater) X = Sohn
Mittlere Zeile: Vater vom Dargestellten. Dieser ist der einzige Sohn des Vaters des Antwortenden, also ist Iwanow der Vater von dem Dargestellten.

Lösung ■ L6 ■

Lösung von Kim Holtze, 11 Jahre, Klasse 6:

Wir kürzen die Schüler mit den Anfangsbuchstaben ihrer Nachnamen ab. Es gibt 6 Möglichkeiten, wie die Zensuren auf die drei Schüler verteilt sein können:

(A, S, W)	Aussagen des Lehrers
(3, 4, 5)	f, w, w
(3, 5, 4)	f, f, f
(4, 3, 5)	w, w, w
(4, 5, 3)	w, f, w
(5, 3, 4)	f, w, f
(5, 4, 3)	f, w, w

Nur bei der Möglichkeit (5, 3, 4) macht der Lehrer eine wahre und zwei falsche Aussagen. Alexejew hat also eine 5, Sergejew eine 3 und Wassiliew eine 4.

Lösung von Sebastian Niedner, 9 Jahre, Klasse 4:

1. Alex hat Zensur 5

2. Wass hat Zensur 4

3. Serg hat Zensur 3

Begründung:

Als erstes habe ich ausgerechnet, welche Noten die Schüler durch die Aussage des Lehrers hätten.

1. Alex hat eine 4

2. Serg hat keine 5, die 4 hat schon Alex, also hat er eine 3

3. Wass hat keine 4, ihm bleibt die Note 5

Im nächsten Schritt habe ich das ausprobiert:

1. Alex hat eine 4. Wenn das stimmt, müssten dadurch die anderen beiden Noten falsch sein, also müssen sie ausgetauscht werden. Also hat Wass eine 3 und Serg eine 5.

⇒ Dann wäre bei Wass die Aussage des Lehrers richtig : „Wass hat keine 4“ . Dann gäbe es zwei richtige und nur eine falsche Note.

2. Wass hat eine 5, dadurch müssen wieder die anderen beiden Noten ausgetauscht werden. Alex hat eine 3 und Serg eine 4. ⇒ Auch das funktioniert nicht, weil die Aussage des Lehrers bei Serg richtig ist - „Serg hat keine 5“

3. Serg hat eine 3, dann hat Alex eine 5 und Wass eine 4 ⇒ Das funktioniert. Alex hat eine 4 ist und Wass hat keine 4 ist beides falsch. Damit hat der Lehrer einem Schüler die richtige Zensur gesagt und bei den anderen beiden sich geirrt.

Lösung ■ L7 ■

Aus (1) und (2) folgt: Elke ist weder die Frau von Gerd, noch von Thomas, noch von Sebastian. Folglich ist **Elke mit Alfred** verheiratet.

Aus (4) folgt: Simone ist nicht Thomas Frau. Aus (3) folgt:die Frau von Thomas heißt nicht Monika. Folglich ist **Thomas mit Ute** verheiratet.

Aus (4) folgt: Simone ist nicht die Frau von Gerd. Folglich ist **Monika mit Gerd** verheiratet und **Simone mit Sebastian**.

Die Sitzreihenfolge ist (auf einem Kreis angeordnet gedacht): Gerd, Simone, Alfred, Elke, Monika, Ute, Sebastian, Thomas.

Lösung ■ L8 ■

Der Kuchendieb heißt Johannes Lehmann. Da genau 3 Schüler nicht Johannes und genau 3 Schüler nicht Lehmann heißen, muss es auf jeden Fall einen Johannes Lehmann geben. Bei allen anderen Schülern kann man aus den Angaben nicht auf Vor- und Zunamen schließen.

Lösung ■ L9 ■

Angenommen, (1) ist falsch. Dann hat Birgit auf jeden Fall nicht am Englischwettbewerb teilgenommen.Aus (2) folgt dann, dass Fabian am Englischwettbewerb teilnahm. Dann kann aber (3) nicht stimmen, denn eines der beiden Mädchen muss somit am Mathewettbewerb teilgenommen haben.Also kann (1) nicht falsch sein.

Folglich ist (1) richtig, d.h. Birgit siegte im Englischwettbewerb.

Damit ist auch (2) richtig, also muss (3) falsch sein. Das heißt aber, dass Dorothea Siegerin im Mathewettbewerb war. Somit gewann Fabian im Physikwettbewerb.

Quellennachweis:

Aufgabe A2: alpha(**5**)1975
Aufgabe A3: alpha(**6**)1975
Aufgabe A4: alpha(**6**)1975
Aufgabe A5: Rechenscherze, Zahlenkunststuecke und Geometrisches fuer jung und alt, S.10
Aufgabe A6: Rechenscherze, Zahlenkunststuecke und Geometrisches fuer jung und alt, S.11
Aufgabe A7: Rechenscherze, Zahlenkunststuecke und Geometrisches fuer jung und alt, S.11
Aufgabe A8: Rechenscherze, Zahlenkunststuecke und Geometrisches fuer jung und alt, S.14
Aufgabe A9: Rechenscherze, Zahlenkunststuecke und Geometrisches fuer jung und alt, S.14
Aufgabe A10: Rechenscherze, Zahlenkunststuecke und Geometrisches fuer jung und alt, S.15
Aufgabe A11: Rechenscherze, Zahlenkunststuecke und Geometrisches fuer jung und alt, S.17
Aufgabe A12: Matheolympiade(**51**)15
Aufgabe A14: Stephanie Esser, 7 Jahre, Klasse 2
Aufgabe A15: alpha(**1**)1978
Aufgabe A17: alpha(**1**)1987
Aufgabe A18: alpha(**2**)1973
Aufgabe A19: alpha(**3**)1969
Aufgabe A20: alpha(**5**)1982
Aufgabe A21: alpha(**5**)1982
Aufgabe A22: alpha(**5**)1982
Aufgabe A23: alpha(**5**)1982
Aufgabe A25: alpha(**5**)1975
Aufgabe A26: alpha(**2**)1969
Aufgabe A27: alpha(**2**)1969
Aufgabe G2: alpha(**4**)1975
Aufgabe G3: alpha(**6**)1976
Aufgabe G4: alpha(**6**)1975
Aufgabe G5: alpha(**6**)1975
Aufgabe G7: alpha(**2**)1969
Aufgabe G8: alpha(**6**)1978
Aufgabe G11: alpha(**3**)1969
Aufgabe G12: alpha(**6**)1969
Aufgabe G13: alpha(**1**)1987
Aufgabe G14: alpha(**5**)1982
Aufgabe G15: alpha(**4**)1975
Aufgabe L1: Rechenscherze, Zahlenkunststuecke und Geometrisches fuer jung und alt, S.5
Aufgabe L4: Matheolympiade(**61**)28
Aufgabe L5: alpha(**4**)1971
Aufgabe L6: alpha(**4**)1971
Aufgabe L7: alpha(**1**)1988
Aufgabe L8: alpha(**2**)1969
alle anderen: Heike Winkelvoß